Olimpíada Brasileira de Física 2006

Gabarito - Terceira Fase

Primeira e Segunda Séries
Prova Teórica

3ª fase - Prova da 1ª e da 2ª série

1) As expressões aqui mostradas foram montadas sem o auxílio de editores de equações. Em função disso, como exemplo, no texto, o inverso de R pode ser escrito alternativamente como 1/R ou R^{-1}; a raiz quadrada de p como √p ou $(p)^{½}$, e assim por diante.

2) As soluções aqui apresentadas devem servir como referência e não como única solução. Na correção das questões levou-se em conta o raciocínio desenvolvido pelos alunos, cujo desenrolar nem sempre coincidia com a solução aqui proposta.

3) Um único professor, supervisionado pelos demais integrantes da comissão elaboradora das questões, corrigiu todas as provas da 1ª. e 2ª. séries, o que contribuiu significativamente para a manutenção dos critérios de correção.

Questão 01 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

Trata-se de um problema de transmissão de calor por condução por uma peça não homogênea. O estudante deverá perceber que o fluxo de calor que atravessa a peça de prata(A), deverá, integralmente, atravessar a peça de alumínio(B).

a)

I) cálculo da temperatura da junção θ_J

$\phi = K.S.\Delta\theta / e$ mas $\phi_A = \phi_B$ $\rightarrow$ $K_A.S_A.(\theta_A - \theta_J) / e_A = K_B.S_B.(\theta_J - \theta_B) / e_B$

$K_A.(\theta_A - \theta_J) = K_B.(\theta_J - \theta_B)$ $\rightarrow$ $400.(100 - \theta_J) = 200.(\theta_J - 0)$ $\therefore$ $\boldsymbol{\theta_J = 66{,}7\ ^oC}$

b)

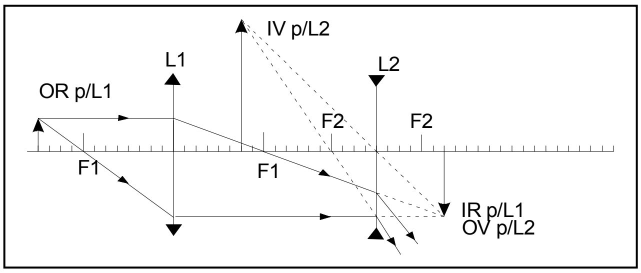
II) cálculo da quantidade de calor

$\phi_A = \phi_B = E / \Delta t$ $\rightarrow$ $\phi_B = K_B.S_B.(\theta_J - \theta_B) / e_B$ $\rightarrow$ $\phi_B = 200.2.10^{-4}.(66{,}7 - 0) / 8.10^{-2}$

$E = \phi_B . \Delta t$ $\rightarrow$ $\boldsymbol{E = 33{,}3J}$

Questão 02 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema consiste em encontrar, primeiramente, as características da imagem formada por L1 e que requer conhecimentos básicos da óptica geométrica. De posse destes elementos o estudante deverá mostrar mais conhecimentos que o trivial para descobrir as propriedades do objeto para a lente L2 e, finalmente encontrar as características da imagem formada por esta citada lente.



a)

I) determinação da posição (p'_1) e natureza da imagem formada por L1 (lente convergente)

$1/f_1 = 1/p_1 + 1/p'_1$ $\rightarrow$ $1/8 = 1/12 + 1/p'_1$ $\therefore$ $\boldsymbol{p'_1 = 24cm}$ (imagem real a 24cm de L1)

II) determinação do tamanho e da orientação da imagem (I_1)formada por L1

$I_1/O_1 = -p'/p$ $\rightarrow I_1/O_1 = (-24)/12$ $\therefore$ $\boldsymbol{I_1 = -2\ O_1}$ (imagem dobrada e invertida)

portanto a imagem formada por L1 está a 36cm da lâmpada (12cm + 24cm), apresenta o dobro do tamanho da lâmpada e está invertida.

b)

III) O estudante deverá mostrar que esta imagem real será um objeto virtual para a lente L2 e, conforme mostra o diagrama, está posicionado a 6cm do centro óptico de L2.

Determinação da posição e natureza da imagem formada por L2 (lente divergente)

$1/f_2 = 1/p_2 + 1/p'_2$ $\rightarrow$ $1/(-4) = 1/(-6) + 1/p'_2$ $\therefore$ $\boldsymbol{p'_2 = -12cm}$ (imagem virtual a 12cm de L2)

IV) determinação do tamanho da orientação da imagem (I_2) formada por L2

$I_2/O_2 = -p'/p \quad \rightarrow \quad I_2/O_2 = -(-12)/(-6) \quad \therefore$ $\mathbf{I_2 = -2\,O_2}$ (imagem dobrada e invertida com respeito ao seu objeto)

Como a distância entre as lentes vale 18cm a imagem, formada por L2, está a 18cm da lâmpada (12cm +18cm – 12cm).

A imagem final mostra o quádruplo do tamanho da lâmpada e, com respeito a ela, tem uma orientação direita pois $I_2 = -2\,O_2$ e $I_1 = -2\,O_1$ mas $O_2 \equiv I_1$, portanto $\mathbf{I_2 = 4\,O_1}$

Questão 03 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

Trata-se de um problema de movimento harmônico relativo a um sistema massa-mola. Como dificuldade inicial o estudante deverá descobrir que, para deformar ambas as molas ao afastar o bloco para a direita, por exemplo, surgirão uma compressão com o mesmo valor numérico da tração que surge na outra mola. Ou seja, a constante, das duas molas assim associadas, é igual à soma das constantes de cada uma delas individualmente.

a)

I) cálculo da constante de mola para o oscilador.

$k = k_1 + k_2 \quad \rightarrow \quad k = 50 + 50 \quad \rightarrow \quad$ **k = 100 N/m**

II) cálculo da aceleração máxima

a aceleração máxima ocorre na posição de máxima deformação (posição de mínima velocidade), ou seja para $x_{máx}$=10cm

$F_{máx}=k.x_{máx} \quad \rightarrow \quad F_{máx}=100.10.10^{-2} \quad \rightarrow \quad F_{máx}=10N$

mas $\Sigma F = m.a$ então:

$10 = 1..10^{-2}\ .\ a_{máx} \quad \therefore \quad \mathbf{a_{máx} = 10\ m/s^2}$

b)

III) cálculo da energia mecânica do sistema E_m (a partir da energia potencial elástica máxima)

$E_m = k.(x_{máx})^2 / 2 \quad \rightarrow \quad E_m = 100.(10.10^{-2})^2 / 2 \quad \rightarrow \quad \mathbf{E_m = 0{,}5J}$

IV) cálculo da energia cinética E_c para x=4cm

$E_m = E_c + E_p \quad \rightarrow \quad E_m = E_c + k.(x)^2 / 2 \quad \rightarrow \quad 0{,}5 = E_c + 100.(4.10^{-2})^2 / 2$

$0{,}5 = E_c + 0{,}08 \quad \therefore \quad \mathbf{E_c = 0{,}42J}$

Questão 04 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema trata da relação entre as variáveis de estado de uma mistura gasosa. A condição inicial parte da mistura de 2 mols de O_2 e de 2 mols de H_2. Com a combustão o estudante deverá chegar à conclusão de que o numero de mols fica alterado para 3 e que estes 3 mols são de substâncias gasosas. A partir deste fato o problema é trivial.

a)

I) cálculo da pressão inicial da mistura gasosa

$p_1.V = (n_A + n_B).R.T_1 \quad \rightarrow \quad p_1.0{,}83 = (2 + 2).8{,}3.300 \quad \rightarrow \quad \mathbf{p_1 = 12000\ Pa}$

b)

II) cálculo do número de mols que tem a mistura gasosa após a combustão

$2\,H_2 + 2\,O_2 \quad \rightarrow \quad 2\,H_2O + 1\,O_2$

III) cálculo da pressão final da mistura gasosa

$p_2.V = (n_C + n_D).R.T_2 \quad \rightarrow \quad p_2.0{,}83 = (2 + 1).8{,}3.400 \quad \rightarrow \quad \mathbf{p_2 = 12000\ Pa}$

Questão 05 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema trata da conversão total da energia cinética de um projétil em energia térmica tendo esta sido totalmente absorvida pelo mesmo projétil. A dificuldade está em lançar hipóteses para o estado final, ou seja avaliar se um dos componentes pode ter mudado de estado ou não.

a)
I) cálculo do calor desenvolvido com a deformação do projétil
$\tau = \Delta E_c \rightarrow \tau = ½.mv^2 - ½.mv_o^2 \rightarrow \tau = 0 - ½.(50.10^{-3} + 50.10^{-3}).\,400^2 \rightarrow$ $\boldsymbol{\tau = -8000J}$
(o sinal – indica que 8000J de energia cinética foram convertidos em calor)

b)
II) cálculo da temperatura final do projétil (1ª hipótese – sem a fusão do chumbo)
$Q = m_{Pb}\,.c_{Pb}.(\theta - \theta_O) + m_{Cu}\,.c_{Cu}.(\theta - \theta_O) \rightarrow Q = (m_{Pb}\,.c_{Pb} + m_{Cu}\,.c_{Cu}).(\theta - \theta_O)$
$8000 = (50.10^{-3}\,.130 + 50.10^{-3}\,.400).(\theta - 50) \;\therefore\; \theta = 351{,}9^oC$ que é superior à temperatura de fusão do chumbo. Portanto a temperatura final do projétil θ_F **é igual à 327°C**

III) cálculo do calor sensível Q_S absorvido pelo projétil para atingir 327°C
$Q_S = m_{Pb}\,.c_{Pb}.(\theta_F - \theta_O) + m_{Cu}\,.c_{Cu}.(\theta_F - \theta_O) \rightarrow Q_S = (m_{Pb}\,.c_{Pb} + m_{Cu}\,.c_{Cu}).(\theta_F - \theta_O)$
$Q_S = (50.10^{-3}\,.130 + 50.10^{-3}\,.400).(327 - 50) \rightarrow$ $\boldsymbol{Q_S = 7340{,}5\ J}$

IV) cálculo do calor latente de fusão Q_L absorvido pelo chumbo
$Q_L = Q - Q_S \rightarrow Q_L = 8000 - 7340{,}5 \rightarrow$ $\boldsymbol{Q_L = 659{,}5\ J}$

IV) cálculo da massa fundida Δm de chumbo
$Q_L = m_{Pb}\,.\,L_f \rightarrow 659{,}5 = \Delta m\,.\,23000 \rightarrow$ $\boldsymbol{\Delta m = 0{,}0287kg}$

Questão 06 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema envolve o movimento retilíneo, em uma mesma dimensão do espaço, de dois veículos que colidirão. A dificuldade está em perceber que o tempo de reação do condutor do automóvel deverá ser levado em conta no tratamento algébrico do movimento deste veículo e, também, no caminhão.

a)
I) cálculo do deslocamento Δx_A do automóvel em um Δt= 0,6s
$\Delta x_A = v_{0A}.\,\Delta t \rightarrow \Delta x_A = 30.\,0{,}6 \rightarrow$ $\boldsymbol{\Delta x_A = 18m}$

II) cálculo do deslocamento Δx_C do caminhãol em um Δt= 0,6s
$\Delta x_C = v_C.\,\Delta t \rightarrow \Delta x_C = 10.\,0{,}6 \rightarrow$ $\boldsymbol{\Delta x_C = 6m}$

III) cálculo da distância d entre os veículos no instante em que os freios são aplicados no automóvel.
d = 49,5 – 18 + 6 = 37,5 m ou seja a posição do automóvel relativamente ao caminhão vale, para t_0=0s, $\boldsymbol{x_{0A/C} = -37{,}5m}$ **(à esquerda)**

IV) cálculo do instante do impacto. A posição do automóvel relativamente ao caminhão reduz-se a zero no instante da colisão. Portanto a equação do MRUV relativo, fica:
$x_{A/C} = x_{0A/C} + v_{0A/C}.t + ½.(a_{A/C}.t^2) \rightarrow 0 = -37{,}5 + (30 - 10).t + ½.[(-4) - (0)].t^2 \;\therefore\; t = 2{,}5s$
adicionando o tempo de reação do condutor do automóvel $\rightarrow$ $\boldsymbol{t_i = t + 0{,}6 = 3{,}1\ s}$

b)
V) cálculo da velocidade da colisão. A velocidade da colisão é dada pela velocidade relativa $v_{A/C}$ entre eles.
$v_{A/C} = v_{0A/C} + a_{A/C}.t \rightarrow v_{A/C} = (30 - 10) + [(-4) - (0)].2{,}5 \rightarrow$ $\boldsymbol{v_{A/C} = 10m/s}$

Questão 07 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

Este problema diz respeito à colisão de dois móveis. A dificuldade está, inicialmente, em que a quantidade de movimento do vagão A envolve apenas a massa de A embora o automóvel esteja em seu interior. A segunda dificuldade está em aplicar, após um número grande de colisões, o princípio que diz que em um sistema isolado mecanicamente, a quantidade de movimento sempre se conservará, mesmo que a energia cinética seja diminuída.

a)

I) A velocidade relativa ao vagão é dada pela fórmula de Newton do coeficiente de restituição.

$v'_B - v'_A = -e.(v_B - v_A)$ → $v'_B - v'_A = -0,5.(0 - 1)$ → $\mathbf{v'_{B/A} = 0,50\ m/s}$

b)

II) cálculo da velocidade do automóvel após um número muito grande de colisões

Ambos caminharão juntos após um número elevado de colisões de modo que $v''_A = v''_B$. Pode-se dizer que a energia cinética reduziu-se a um mínimo, mas a quantidade de movimento não mudou.

$m_A.v_A + m_B.v_B = m_A.v''_A + m_B.v''_B$ → $m_A.v_A + m_B.v_B = (m_A. + m_B) + v''$ → $\mathbf{v'' = 0,50 m/s}$

Questão 08 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

A situação problema apresentada é resolvida pela aplicação dos conhecimentos do princípio da independência dos movimentos de Galileu e do conhecimento de que as forças internas de um sistema são incapazes de alterar a trajetória do centro de massa (C.M.)do referido sistema.

a)

I) cálculo da velocidade inicial vertical

$v_{Py}^2 = v_{0y}^2 + 2.g.y_P$ → $0^2 = v_{0y}^2 + 2.(-10).1125$ ∴ $\mathbf{v_{0y} = 150\ m/s}$

II) cálculo do tempo de subida

$v_{Py} = v_{0y} + g.t_P$ → $0 = 150 + (-10).t_P$ ∴ $\mathbf{t_P = 15s}$

III) cálculo da velocidade horizontal (invariável)

$x_P = x_0 + v_x.t_P$ → $3000 = 0 + v_x.15$ ∴ $\mathbf{v_x = 200\ m/s}$

IV) cálculo da posição no instante da explosão (t= 20s)

$x_{20} = x_0 + v_x.t_{20}$ → $x_{20} = 0 + 200.20$ → $x_{20} = 4000m$

$y_{20} = y_0 + v_{0y}.t_{20} + ½.(g.t_{20}^2)$ → $y_{20} = 0 + 150.20 + ½.((-10).20^2)$ → $\mathbf{y_{20} = 1000m}$

b)

V) cálculo da posição do centro de massa (CM) do sistema 1 segundo após o instante da explosão (t= 21s)

$x_{21} = x_0 + v_x.t_{21}$ → $x_{21} = 0 + 200.21$ → $x_{21} = 4200m$

$y_{21} = y_0 + v_{0y}.t_{21} + ½.(g.t_{21}^2)$ → $y_{21} = 0 + 150.21 + ½.((-10).21^2)$ → $\mathbf{y_{20} = 945m}$

VI) cálculo da posição do fragmento A no instante t=21s a partir da posição do fragmento B e do centro de massa do sistema

$x_{21} = m_A.x_{A21} + m_B.x_{B21} / (m_A + m_B)$ → $4200 = 2.x_{A21} + 4.3000 / (2 + 4)$ → $\mathbf{x_{A21} = 6600m}$

$y_{21} = m_A.y_{A21} + m_B.y_{B21} / (m_A + m_B)$ → $945 = 2.y_{A21} + 4.300 / (2 + 4)$ → $\mathbf{y_{A21} = 2235m}$

c)

VII) cálculo das componentes da velocidade do fragmento A para t=20s (imediatamente antes da explosão)

$v_{Ax\ antes} = v_x$ → $v_{Ax\ antes} = 200m/s$

$v_{Ay\ antes} = v_{0y} + g.t_{20}$ → $v_{Ay\ antes} = 150 + (-10).20$ → $\mathbf{v_{Ay\ antes} = -50m/s}$

VIII) cálculo das componentes da velocidade do fragmento A para t=20s(imediatamente após a explosão)

$x_{A21} = x_{A20} + v_{Ax\ depois}.(t_{21} - t_{20}) \rightarrow 6600 = 4000 + v_{Ax\ depois}.1 \therefore v_{Ax\ depois} = 2600m/s$

$y_{A21} = y_{A20} + v_{20y\ depois}.(t_{21} - t_{20}) + ½.(g.(t_{21} - t_{20})^2) \rightarrow 2235 = 1000 + v_{20y\ depois}.1 + ½.((-10).1^2)$

$\mathbf{v_{20y\ depois} = 1240\ m/s}$

IX) cálculo da força da explosão

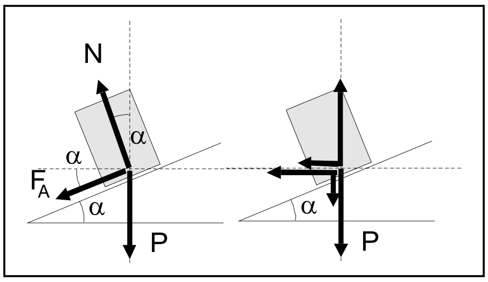
$m_A.v_{Ax\ depois} = m_A.v_{Ax\ antes} + F_x.\Delta t \rightarrow 2.2600 = 2.(200) + F_x.1.10^{-3} \therefore F_x = 4800\ kN$

$m_A.v_{Ay\ depois} = m_A.v_{Ay\ antes} + F_y.\Delta t \rightarrow 2.1240 = 2.(-50) + F_y.1.10^{-3} \therefore F_y = 2580\ kN$

$F = (4800^2 + 2580^2)^{½} \rightarrow \mathbf{F = (29696400)^{½}\ em\ kN}$

Questão 09 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema trata de duas situações, ambas críticas:



a)

I) a primeira trata da iminência do escorregamento quando o caminhão efetua a curva (o diagrama contempla esta situação). Como a carga não pode iniciar o escorregamento, vem:

a) eixo vertical:

$N.\cos\alpha - F_A.\text{sen}\alpha - P = 0$ ou

$m.g = N.\cos\alpha - \mu.N.\text{sen}\alpha$ (1)

b) eixo horizontal (a força centrípeta (F_C) é a força resultante horizontal):

$F_C = N.\text{sen}\alpha + F_A.\cos\alpha$ ou

$mv^2/R = N.\text{sen}\alpha + \mu.N.\cos\alpha$ (2)

dividindo (1) por (2):

$R = (v^2/g).[\cos\alpha - \mu.\text{sen}\alpha] / [\text{sen}\alpha + \mu.\cos\alpha]$

$R = (20^2/10).[(12/13) - 0{,}18.(5/13)] / [(5/13) + 0{,}18.(12/13)]$

$R = (20^2/10).[12 - 0{,}18.5] / [5 + 0{,}18.12] \rightarrow \mathbf{R = 62{,}01m}$

b)

II) a segunda trata de uma frenagem em uma trajetória retilínea e horizontal.

Como é fixada a desaceleração do caminhão o estudante deverá verificar se a força de atrito estático garante a desaceleração igual ao do caminhão. A desaceleração do caminhão vale:

$v = v_0 + a.t \rightarrow 0 = 20 + a.10 \therefore \mathbf{a = -2m/s^2}$

III) A força de atrito pode fornecer a aceleração a_E

$F_{AE} = m.a_E \rightarrow \mu_E.N = m.a_E \rightarrow \mu_E.m.g = m.a_E \therefore \mathbf{a_E = -1{,}8\ m/s^2}$ (a bobina escorrega e a sua desaceleração a_B é garantida pela força de atrito cinemático (ou de escorregamento)

IV) cálculo da desaceleração

$F_{AC} = m.a_B \rightarrow \mu_C.N = m.a_B \rightarrow \mu_C.m.g = m.a_B \therefore \mathbf{a_B = -1{,}5\ m/s^2}$

V) A velocidade com que o carretel colide contra a cabina é a velocidade relativa entre a bobina e a cabina $v_{B/C}$

$v_{B/C}^2 = v_{0B/C}^2 + 2.a_{B/C}.x_{A/C} \rightarrow v_{B/C}^2 = (v_{0B} - v_{0C})^2 + 2.(a_B - a_C).x_{A/C} \rightarrow$

$v_{B/C}^2 = (0)^2 + 2.[(-1{,}5) - (-2)].2 \rightarrow \mathbf{v_{B/C} = \sqrt{2}m/s}$

Questão 10 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema envolve a transformação da energia potencial gravitacional em outras modalidades de energia mecânica num ambiente em que existe uma força dissipativa.

a)

I) Cálculo da medida b correspondente à máxima deformação da mola

$E_{pg} = E_{pe\ máx} + \tau_{atrito\ máx} \rightarrow m.g.y = ½.k.x^2 + F.d \rightarrow m.g.(a+b) = ½.k.b^2 + F.(a+b)$

$2{,}5.10.(2+b) = ½.120.b^2 + 5.(2+b) \rightarrow 60.b^2 - 20.b - 40 = 0 \rightarrow \mathbf{b = 1m}$

b)

II) Cálculo da posição x da peça cilíndrica correspondente à máxima velocidade dele. (A máxima velocidade corresponde à aceleração mínima, ou seja, força resultante nula)

$\Sigma F = m.a \quad \rightarrow \quad P - F_{atrito} - F_{elástica} = 0 \quad \rightarrow \quad m.g - F_{atrito} - k.x = 0$

$2{,}5.10 - 5 - 120.x = 0 \quad \therefore \quad \mathbf{x = 1/6\ m}$

III) Cálculo da velocidade máxima da peça cilíndrica (correspondente a x = 1/6 m)

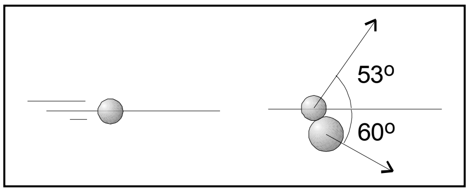
$E_{pg} = E_c + E_{pe} + \tau_{atrito} \quad \rightarrow \quad m.g.y = ½ . m.v^2 + ½ . k.x^2 + F.d$

$m.g.(a+x) = ½ . m.v_{máx}^2 + ½ . k.x^2 + F.(a+x)$

$2{,}5.10.(2+1/6) = ½ . 2{,}5.v_{máx}^2 + ½ . 120.(1/6)^2 + 5.(2+(1/6)) \quad \rightarrow \quad \mathbf{v_{máx} = (10.\sqrt{3}) / 3\ m/s}$

Questão 11 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema versa sobre colisões em duas dimensões do espaço. Como a quantidade de movimento é conservada temos que, no eixo vertical, ela é nula. Portanto:



$\Sigma\, Q_{antes\ (y)} = \Sigma\, Q_{depois\ (y)} \quad \rightarrow \quad 0 = m_P.v_{Py} + m_N . v_{Ny}$

$0 = m_P.v_{Py} + 4.m_\alpha . v_{Ny}$

$0 = 1.v_P. sen(53^o) + 4. v_N. sen(300^o)$

$0 = v_P. sen(53^o) + 4. v_N. sen(300^o) \quad \therefore \quad v_P / v_N = 4.0{,}87/ 0{,}80 \quad \rightarrow \quad \mathbf{v_P / v_N = 4{,}35}$

Questão 12 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

A situação apresentada trata da medida do peso de um corpo no ar e em seguida imerso na água. Como é sugerido o uso de uma densidade nula do ar, o valor do peso da estátua lido em uma balança não é afetado pelo empuxo do ar. No caso da imersão na água o empuxo tem que ser considerado.

I) cálculo dos volumes de cada material

pesando no ar: $P = \mu_{Al} . V_{Al}. g + \mu_{Aul} . V_{Aul}. g \quad \rightarrow \quad 5 = 2500 . V_{Al}. 10 + 20000 . V_{Aul}. 10$

empuxo da água: $E = \mu_{H2O} . (V_{Al} + V_{au}). g \quad \rightarrow \quad 0{,}5 = 1000 .(V_{Al} + V_{au}) .10$

resolvendo o sistema formado com as duas expressões, temos:

$175000.\ V_{Au} = 3{,}75 \quad \therefore \quad \mathbf{V_{Au} = 2{,}142.10^{-5}\ m^3}$

II) Cálculo da massa de ouro na estátua

$m = \mu . V \quad \rightarrow \quad m = 20000 . 2{,}142.10^{-5} = \mathbf{0{,}429\ kg}$

Questão 13 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema refere-se ao custo de aquisição "preço" de lâmpadas e do custo "c" para mantê-las funcionando. Basta ao estudante montar as equações dos custos "C = preço + c.Δt " em função do tempo de funcionamento de cada uma delas.

a)

I) Cálculo do consumo energético diário de cada lâmpada.

incandescente $\Rightarrow \tau_{inc} = P. \Delta t_{diário} \quad \rightarrow \quad \tau_{inc} = 0{,}075. 8 \quad \rightarrow \quad \mathbf{\tau_{inc} = 0{,}6\ kw.h / dia}$

eletrônica $\Rightarrow \tau_{ele} = P. \Delta t_{diário} \quad \rightarrow \quad \tau_{ele} = 0{,}025. 8 \quad \rightarrow \quad \mathbf{\tau_{ele} = 0{,}2\ kw.h / dia}$

II) Cálculo do custo diário de energia elétrica de cada lâmpada.

incandescente $\Rightarrow c_{inc} = \tau_{inc} . 0{,}35$ reais/kW.h $\rightarrow$ $\mathbf{c_{inc} = 0{,}21}$ **reais / dia**

eletrônica $\Rightarrow c_{ele} = \tau_{ele} . 0{,}35$ reais/kW.h $\rightarrow$ $\mathbf{c_{ele} = 0{,}07}$ **reais / dia**

III) Cálculo do custo anual de energia elétrica para a lâmpada eletrônica

$c_{ele}(anual) = c_{ele} . 365 \rightarrow c_{ele}(anual) = 0{,}07 . 365 \rightarrow c_{ele}(anual) =$ **25,55 reais** b)

IV) Equações dos custos de cada lâmpada

incandescente $\Rightarrow$ C_{inc} = preço$_{inc}$ + $c_{inc} \cdot \Delta t$ $\rightarrow$ **C_{inc} = 2 + 0,21. Δt**

eletrônica $\Rightarrow$ C_{ele} = preço$_{ele}$ + $c_{ele} \cdot \Delta t$ $\rightarrow$ **C_{inc} = 16 + 0,07 . Δt**

V) Cálculo do tempo em que os custos ficam iguais. Resolvendo o sistema anteriormente montado, vem:

2 + 0,21. Δt = 16 + 0,07 . Δt $\therefore$ **Δt = 100 dias**

Questão 14 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema trata de um dispositivo usado para se avaliar a potência mecânica de uma máquina rotativa. As molas correspondem a dois dinamômetros que juntamente com a correia formam um dispositivo em que a resultante das forcas vale zero. Ou seja a força de atrito da correia contra a polia vale a diferença das trações entre as molas:

a)

I) Cálculo da força de atrito

$F_A = F_1 - F_2$ $\rightarrow$ $F_A = 400 - 100$ $\rightarrow$ **F_A = 300 N**

II) Cálculo do trabalho de atrito durante uma volta

τ = F .d $\rightarrow$ $\tau = F_A \cdot 2 \cdot \pi \cdot R$ $\rightarrow$ τ = 300 . 2. 3 . 0,05 $\rightarrow$ **τ = 90 J**

b)

III) Cálculo do período T de rotação (tempo de duração de uma única volta)

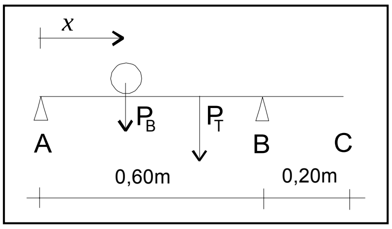
T = 1 / f $\rightarrow$ **T = 1 / 20 s**

IV) Cálculo da potência mecânica do motor

P = τ / T $\rightarrow$ P = 90 / (1 /20) $\rightarrow$ **P = 1800 W**

Questão 15 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O problema trata de uma questão de cálculo de reações de apoio em uma barra com dois apoios. A segunda pergunta do problema solicita uma expressão, o que torna o problema um pouco mais complexo.



a)

I) Cálculo da reação de apoio no ponto A quando a bola está no ponto B

ΣM_B=0 $-R_A.0,6 + P_T.0,2 + P_B.0,6 = 0$

$-R_A.0,6 + 300.0,2 + 100.0,0 = 0$ **R_A= 100N**

b)

II) Expressão que dá o valor de R_B como uma função da posição da bola ao se deslocar desde A até C. É conveniente calcular uma expressão do momento estático relativamente ao ponto A pois a posição x é referida a este ponto.

ΣM_A=0 $\rightarrow$ $P_B.x + P_T.0,4 - R_B.0,6 = 0$ $\rightarrow$ $100.x + 300.0,4 - R_B.0,6 = 0$

$0,6.R_B$ = 100.x + 120

III) Expressão que dá o valor de R_A

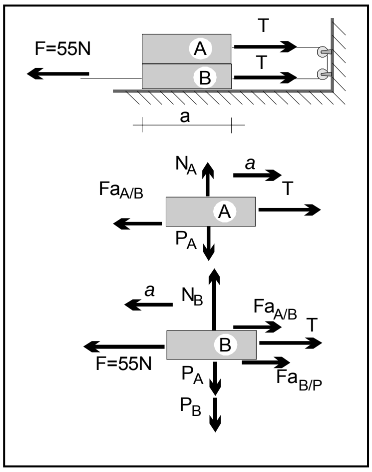
ΣF_Y=0 $R_A + R_B - P_T - P_B = 0$ $\rightarrow$ $R_A + R_B - 300 - 100 = 0$ $\therefore$ $R_B = 400 - R_A$

substituindo na expressão em II

0,6. (400 – R_A) = 100.x + 120 $\rightarrow$ 240 – 0,6. R_A = 100.x + 120 $\therefore$ **R_A = 200 – (100 / 0,6).x**

Questão 16 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

A situação proposta envolve o movimento de corpos sob a influência do atrito. Deve o estudante estar atento ao fato de que é decisivo analisar a situação do empilhamento dos blocos. Considerado este fato, torna-se o problema trivial.



a)

I) Isolando o corpo A e aplicando a 2ª lei de Newton

$T - Fa_{A/B} = m_A.a \quad \rightarrow \quad T - \mu_{A/B}.(P_A) = m_A.a$

$T - \mu_{A/B} . m_A.g = m_A. a \quad \rightarrow \quad T - 0{,}50 . 3.10 = 3. a$

$\mathbf{T - 15 = 3.}\,\boldsymbol{a} \quad (1)$

II) Isolando o corpo B e aplicando a 2ª lei de Newton

$F - Fa_{A/B} - Fa_{A/P} - T = m_B.a$

$F - \mu_{A/B} . P_A - \mu_{B/P}. (P_A + P_B) - T = m_B.a$

$F - \mu_{A/B} . m_A .g - \mu_{B/P}. (m_A + m_B) . g - T = m_B.a$

$55 - 0{,}50 . 3 .10 - 0{,}40. (3 + 2) . 10 - T = 2.a$

$\mathbf{20 - T = 2.}\boldsymbol{a} \quad (2)$

III) Do sistema formado por (1) e por (2) vem:

$\boldsymbol{a} \mathbf{= 1 m/s^2}$

b)

IV) Para alinhar verticalmente como solicitado no texto, os blocos devem-se deslocar por uma medida $\Delta x = a/4$, ou seja 0,45m.

$x = x_0 + v_0.t + ½ . a. t^2 \quad \rightarrow \quad \Delta x = v_0.t + ½ . a. t^2$

$0{,}045 = 0 + ½ . 1. t^2 \quad \therefore \quad \mathbf{t = 0{,}3s}$

Questão 17 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

A situação abordada trata da variação da quantidade de movimento e do impulso de uma força associado a esta variação. Deve o estudante levar em conta a bidimensionalidade da situação ou seja, compreender o evento segundo as duas direções do plano.

I) em 1s, 0,5kg (0,5 dm^3) de água se movimenta a 2m/s. portanto, no eixo horizontal temos, a partir da expressão $Q_{final} = Q_{inicial} + F . \Delta t$:

$-m.v_X = m. v_X + F_X . \Delta t \quad \rightarrow \quad -0{,}5. 2. \cos(37^o) = 0{,}5. 2. \cos(37^o) + F_X . 1$

$-0{,}5. 2. 0{,}8 = 0{,}5. 2. 0{,}8 + F_X . 1 \quad \therefore \quad \mathbf{F_X = -1{,}6\ N}$

II) no eixo vertical, temos:

$-m.v_Y = -m. v_Y + F_Y . \Delta t \quad \rightarrow \quad -0{,}5. 2. \text{sen}(37^o) = -0{,}5. 2. \text{sen}(37^o) + F_Y \quad \therefore \quad \mathbf{F_Y = 0\ N}$

III) Cálculo da força atuaante

$F = (F_X{}^2 + F_Y{}^2)^{½} \quad \rightarrow \quad \mathbf{F = 1{,}6\ N}$

Questão 18 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

O texto dessa questão possibilitou dupla interpretação. No sentido de evitar prejuízo aos alunos, duas soluções foram consideradas aceitáveis e as provas foram corrigidas de acordo com a interpretação dada pelo aluno.

1ª solução:

O menino caminha 4m da prancha (mov. relativo à prancha)

a)

I) Cálculo da velocidade do menino relativamente à prancha:

$v'_{m/p} = \Delta x_{m/p} / \Delta t \rightarrow v'_{m/p} = 4 / 10 \rightarrow v'_{m/p} = 0{,}4\ m/s \rightarrow \mathbf{v'_m - v'_p = 0{,}4 \quad (1)}$

II) Expressão da invariância da quantidade de movimento:

$Q_{\text{antes do menino andar}} = Q_{\text{depois do menino andar}}$

$m_m.v_m + m_p.v_p = m_m \cdot v'_m + m_p \cdot v'_p \rightarrow 40.0 + 80.0 = 40 \cdot v'_m + 80 \cdot v'_p$

$\mathbf{v'_m + 2. v'_p = 0}$ **()**

III) Cálculo da velocidade do menino relativamente ao ancoradouro:

unindo (1) e (2) $-3.v'_p = 0{,}4 \rightarrow v'_p = 0{,}4 / -3 \rightarrow v'_p = -0{,}133$ m/s

$\mathbf{v'_m = -0{,}267}$ **m/s**

b)

IV) Cálculo do afastamento absoluto da prancha Δx_p

$\Delta x_p = v'_p \cdot \Delta t \rightarrow \Delta x_p = -0{,}133 \cdot 10 \rightarrow \mathbf{\Delta x_p = -1{,}33}$ **m**

2ª solução:

O menino caminha 4m sobre a prancha (mov. relativo ao ancoradouro)

a)

I) Cálculo da velocidade do menino relativamente ao ancoradouro:

$v'_m = \Delta x_m / \Delta t \rightarrow v'_m = 4 / 10 \rightarrow \mathbf{v'_m = 0{,}4}$ **m/s**

b)

II) Expressão da invariância da quantidade de movimento:

$Q_{\text{antes do menino andar}} = Q_{\text{depois do menino andar}}$

$m_m.v_m + m_p.v_p = m_m \cdot v'_m + m_p \cdot v'_p \rightarrow 40.0 + 80.0 = 40 \cdot 0{,}4 + 80 \cdot v'_p$

$\mathbf{v'_p = -0{,}2}$ **m/s (II)**

III) Cálculo do afastamento absoluto da prancha Δx_p

$\Delta x_p = v'_p \cdot \Delta t \rightarrow \Delta x_p = -0{,}2 \cdot 10 \rightarrow \mathbf{\Delta x_p = -2{,}0}$ **m**

Questão 19 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)

A situação proposta no problema sugere o cálculo do valor da aceleração a que o satélite está submetido e, à partir da lei da gravitação, calcular a aceleração gravitacional para a superfície do planeta.

I) Cálculo da velocidade escalar do satélite:

$\mathbf{v = 2.\pi.r / T}$

II) Cálculo da aceleração (movimento circular e uniforme) a que o satélite está submetido:

$a = v^2 / r \rightarrow a = (2.\pi.r / T)^2 / r \rightarrow a = 4.\pi^2.r / T^2$

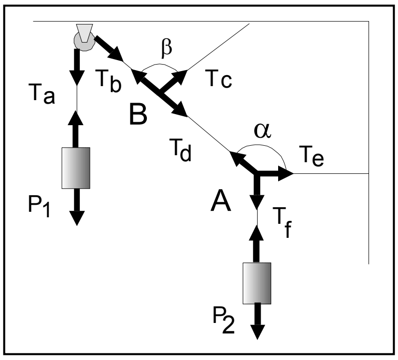
mas $a = GM / r^2$, portanto:

$4.\pi^2.r / T^2 = GM / r^2 \rightarrow T^2 / r^3 = 4.\pi^2 / GM \quad \therefore \quad \mathbf{GM = 4.\pi^2. r^3 / T^2}$ **(I)**

III) Cálculo do campo gravitacional superficial:

$g_{sup} = GM / R_{sup}^2 \rightarrow g_{sup} = (4.\pi^2. r^3) / (T . R_{sup})^2$

$g_{sup} = (4. 3^2. (1{,}5.10^8)^3) / (864000 .5.10^6)^2 \rightarrow \mathbf{g_{sup} = 6{,}7}$ **m/s²**



<u>Questão 20 - 1ª e 2ª série (6,0 pontos)</u>

O problema trata do equilíbrio do ponto material e deve ser aplicado nos pontos A e B e na roldana.

I) Cálculo da tração T_d (a partir do ponto A)

$\Sigma F_Y=0 \quad \rightarrow \quad -T_f + T_d \text{ sen } (180-\alpha) = 0$

$-P_2 + T_d . \text{sen } (143^o) = 0 \quad \rightarrow \quad \mathbf{T_d = 0,6 \,.\, P_2}$

II) Cálculo de Tc (a partir do ponto B)

$\Sigma F_X=0$

$T_d . \cos(180-\alpha) + T_c \text{ sen } (\beta/2) - T_b . \text{sen } (\beta/2) = 0$

$+ T_d . \text{ sen } 53^o + T_c \text{ sen } 53^o - T_b . \text{sen } 53^o = 0$

$+ (0,6 \,.\, P_2) \,.\, 0,8 + T_c .0,8 - T_b \,.\, 0,8 = 0 \quad (1)$

$\Sigma F_Y=0$

$- T_d . \cos(180-\alpha) + T_c \cos (\beta/2) + T_b . \cos (\beta/2) = 0$

$- T_d . \cos(53^o) + T_c \cos (53^o) + T_b . \cos (53^o) = 0$

$- (0,6 \,.\, P_2) + T_c \, 0,6 + T_b .0,6 = 0 \quad (2)$

resolvendo o sistema (1) e (2), vem que:

$\mathbf{T_c = 0 \quad e \quad T_b = T_c = 0,6 \,.\, P_2}$

III) Determinação de T_a e P_1 (análise na polia)

$T_b = T_a$ mas $T_a = P_1$ logo $\mathbf{P_1 = 0,6 P_2}$