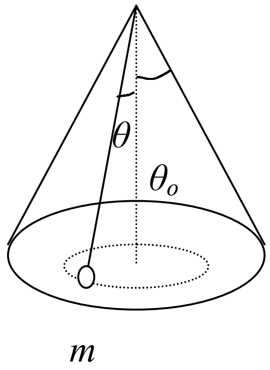
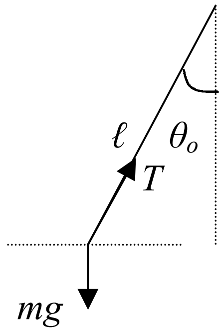
OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA – 2004

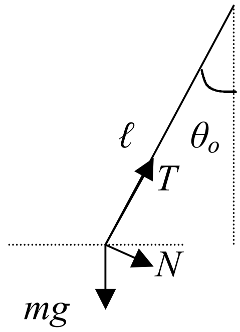
3ª Fase – 3º ano

QUESTÃO 1





Movimento na superfície com normal nula



Movimento com velocidade superior a $v_{min.}$

Velocidade mínima:

<u>horizontal:</u> $T\cos\theta_o = mg$

<u>vertical</u> $T\,\text{sen}\theta_o = \dfrac{m{v_{min}}^2}{l\,\text{sen}\theta_o} \quad \Rightarrow \quad \tan\theta_o = \dfrac{{v_{min}}^2}{gl\,\text{sen}\theta_o} \quad \Rightarrow v_{min} = \sqrt{gl\,\text{sen}\theta_o\tan\theta_o}$

Se $v>v_{min}$

<u>horizontal</u> $T\cos\theta_o - N\,\text{sen}\theta_o = mg$

<u>vertical</u> $T\,\text{sen}\theta_o + N\cos\theta_o = \dfrac{mv^2}{l\,\text{sen}\theta_o}$

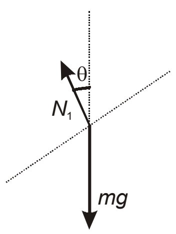
$$-T\,\text{sen}\theta_o\cos\theta_o + N\,\text{sen}^2\theta_o = -mg\,\text{sen}\theta_o$$

$$T\,\text{sen}\theta_o\cos\theta_o + N\cos^2\theta_o = \frac{mv^2\cos\theta_o}{l\,\text{sen}\theta_o}$$

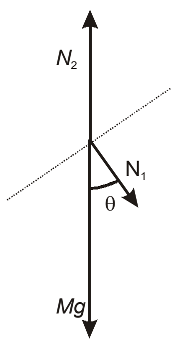
$$N = mg\,\text{sen}\theta_o\left(\frac{v^2}{gl\tan\theta_o\,\text{sen}\theta_o} - 1\right)$$

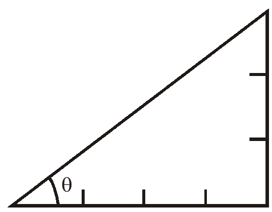
QUESTÃO 2

Bloco m:



Bloco M:





$\text{sen}\theta = \dfrac{3}{5}$; $\quad \cos\theta = \dfrac{4}{5}$

Seja ρ a densidade do material: $M = \rho V = \rho\dfrac{3d\times 4d}{2}\times d = 6\rho d^3$ e $m = \rho v = \dfrac{\rho d^3}{2}$.

Bloco m: horizontal $\quad -N_1\,\text{sen}\theta = ma_x \Rightarrow -\frac{3}{5}N_1 - ma_x = 0 \quad \Rightarrow \quad 5ma_x + 3N_1 = 0$

vertical $\quad N_1\cos\theta - mg = ma_y \Rightarrow \frac{4}{5}N_1 - mg - ma_y = 0 \Rightarrow 5ma_y - 4N_1 = -5mg$

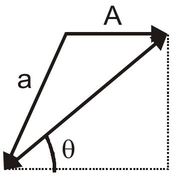
Bloco M: horizontal $\quad N_1\,\text{sen}\theta = MA \quad \Rightarrow \frac{3}{5}N_1 = MA \quad \Rightarrow \quad N_1 = \frac{5}{3}MA$

Substituindo N_1 nas equações do bloco m obtém-se:

$$ma_x + MA = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho d^3}{2}a_x + 6\rho d^3 A = 0 \quad \Rightarrow \quad a_x = -12A$$

$$3ma_y - 4MA = -3mg \Rightarrow 3\frac{\rho d^3}{2}a_y - 24\rho d^3 A = -3\frac{\rho d^3}{2}g \quad \Rightarrow \quad a_y - 16A = -g$$

A aceleração do bloco m com relação ao bloco M tem direção fixa:



$$\tan\theta = \frac{a_y}{a_x - A} = \frac{3}{4} \Rightarrow A = a_x - \frac{4}{3}a_y \Rightarrow A = -12A - \frac{4}{3}a_y \Rightarrow A = -\frac{4}{39}a_y$$

Da substituição de A na segunda das equações acima resulta: $a_y - 16\left(-\frac{4}{39}a_y\right) = -g \Rightarrow a_y = -\frac{39}{103}g$

O bloco desce $h = -4d\,\text{sen}\theta = -\frac{12d}{5}$ em um intervalo de tempo t:

$$h = \frac{1}{2}a_y t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{a_y}} = \sqrt{2\cdot\frac{12d}{5}\cdot\frac{103}{39g}} = \sqrt{\frac{2472}{195}\frac{d}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2472}{195}\frac{d}{g}}$$

QUESTÃO 3

Equilíbrio antes: $\quad mg + kx = \rho_{Hg_o}V_o g \quad (1)$

Equilíbrio depois: $\quad mg + k(x + \Delta x) = \rho_{Hg}V_{Pb}g \quad (2)$

$$(2) - (1) \quad \Rightarrow \quad k\Delta x = \rho_{Hg}V_{Pb}g - \rho_{Hg_o}V_o g$$

Densidade do mercúrio:

$$V_{Hg} = V_{Hg_o}(1 + \beta_{Hg}\Delta T) \quad \Rightarrow \quad \frac{V_{Hg}}{m} = \frac{V_{Hg_o}}{m}(1 + \beta_{Hg}\Delta T) \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\rho_{Hg}} = \frac{1}{\rho_{Hg_o}}(1 + \beta_{Hg}\Delta T) \quad \Rightarrow \quad \rho_{Hg} = \frac{\rho_{Hg_o}}{1 + \beta_{Hg}\Delta T}$$

Volume da bola: $V_{Pb} = V_o(1 + 3\alpha_{Pb}\Delta T)$

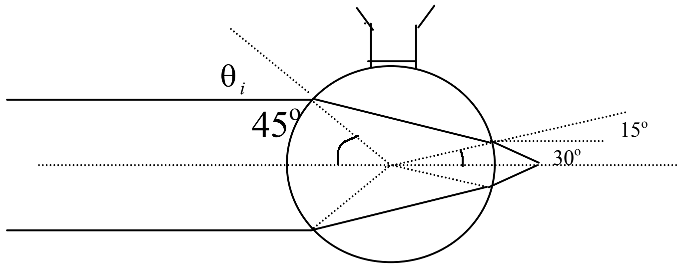
$$\Delta x = \frac{\rho_{Hg_o}V_o g}{k}\left(\frac{1 + 3\alpha_{Pb}\Delta T}{1 + \beta_{Hg}\Delta T} - 1\right) \cong \frac{\rho_{Hg_o}V_o g}{k}(3\alpha_{Pb} - \beta_{Hg})\Delta T\,; \qquad \beta_{Hg}\Delta T \ll 1$$

$$\Delta x = \frac{13{,}6\cdot 10^3\cdot 10^{-3}}{250}(3\cdot 2{,}9 - 18)10^{-5}\cdot 200 = -1{,}0\cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

A bola desce 1,0 mm.

QUESTÃO 4

a) $1.\text{sen}\theta_i = n\,\text{sen}\theta_r$



$$\alpha = 180^o - 45^o - 15^o = 120^o$$

$$\theta_r = \frac{180^o - 120^o}{2} = 30^o$$

$$n = \frac{\text{sen}\theta_i}{\text{sen}\theta_r} = \frac{\text{sen}\,45^o}{\text{sen}\,30^o} = \sqrt{2} \cong 1{,}4$$

$$n \cong 1{,}4$$

b) O raio emerge do bulbo para o ar formando com a direção radial um ângulo de 45^o, logo ele forma com a horizontal um ângulo de 30^o e com a vertical um ângulo de 60^o.

$$\tan 60^o = \frac{d}{R\,\text{sen}\,15^o} \Rightarrow d = R\,\text{sen}\,15^o \tan 60^o$$

$$d = 20\sqrt{3}\,\text{sen}\,15^o \text{ cm}$$

QUESTÃO 5

Para que o padrão de interferência se repita, isto é, para um deslocamento das franjas, o caminho percorrido pela luz terá de variar de um comprimento de onda, λ. A luz percorre o trajeto entre o espelho E_1 e a lâmina duas vezes (ida e volta), assim o deslocamento correspondente do espelho é de ½ λ, então:

$$40 \cdot ½\,\lambda = 0{,}010\text{mm}$$

$$\lambda = 0{,}010\text{mm}/20 = 0.000500 \text{ mm} = 500 \times 10^{-6} \text{ mm} = 500 \text{ nm}$$

QUESTÃO 6

a) Q_0 é a carga máxima acumulada no capacitor.

Para descarregar metade da carga:

$$Q = \frac{Q_0}{2} = Q_0 e^{-\frac{t_d}{RC}} \quad \Rightarrow \quad 0{,}5 = e^{-\frac{t_d}{RC}} \quad \Rightarrow \quad \ln 0{,}5 = -\frac{t_d}{RC} \quad \Rightarrow \quad t_d = -RC\ln 0{,}5$$

Para carregar até a metade da carga:

$$Q = \frac{Q_0}{2} = CV\left(1 - e^{-\frac{t_c}{RC}}\right), \text{ mas } Q_0 = CV \quad \Rightarrow \quad 0{,}5 = 1 - e^{-\frac{t_c}{RC}} \quad \Rightarrow \quad -0{,}5 = -e^{-\frac{t_c}{RC}} \quad \Rightarrow \quad t_c = -RC\ln 0{,}5$$

Logo, os tempos são iguais.

b) O maior valor de corrente é no instante em que se liga a chave A ($t = 0$), pois não existindo carga acumulada no capacitor, a resistência fica submetida à tensão máxima, V.
Quando a corrente for i = 0,1 A, temos:
$V_{capacitor} = V - Ri = 20 - 50 \,.\, 0{,}1 = 15$ V
A carga acumulada no capacitor é:
$Q = CV = 5.10^{-6}.\,15 = 45.10^{-6}$ C = 45 μC.

c) A energia máxima liberada ocorrerá quando o capacitor se descarregar a partir de sua carga máxima:

$$E = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\left(5.10^{-6}\right)20^2 = 0{,}001 = 1mJ$$

QUESTÃO 7

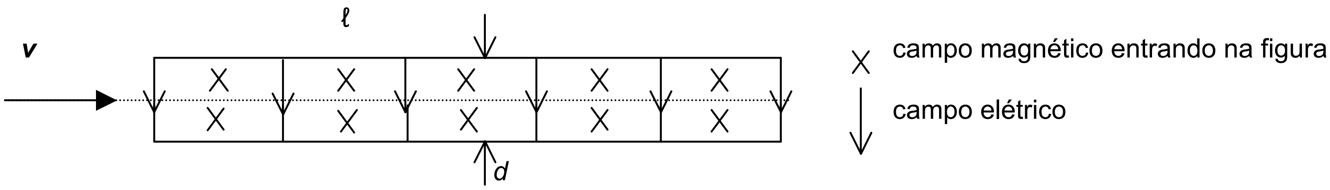
Ao se ligar a chave, a corrente na bobina do eletromagneto cresce rapidamente; consequentemente o campo magnético na bobina também cresce e, bem assim, o fluxo do campo magnético.

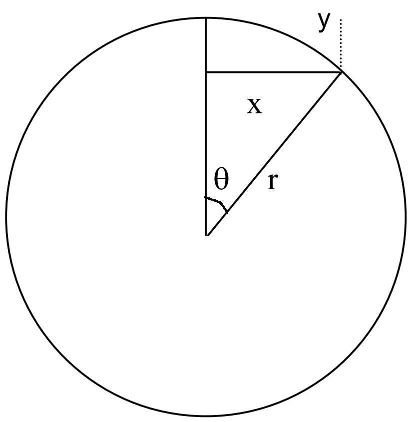
A lei de Faraday diz que a uma variação do campo magnético corresponde a indução de uma força eletromotriz. Assim, surge uma f.e.m. no anel de alumínio que, por ser fechado e o alumínio um condutor, dá lugar a uma corrente induzida.

Quanto ao sentido da corrente induzida, a lei de Lenz diz que ele é tal a se opor à variação do fluxo magnético que induziu a corrente. Ora, no diagrama, usando a regra da mão direita, o campo magnético do eletromagneto, e do mesmo modo o fluxo magnético, está crescendo de cima para baixo; portanto, a corrente induzida deve produzir um fluxo magnético de oposição no anel, isto é, para cima.

Desse modo, os campos magnéticos do eletromagneto e do anel têm sentidos contrários e, pois, o eletromagneto e o anel se repelem, daí porque o anel salta a uma altura notável.

QUESTÃO 8





Equilíbrio de forças: $eE = evB \Rightarrow B = \dfrac{E}{v}$

Movimento circular uniforme: $evB = eE = \dfrac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \dfrac{mv^2}{eE}$

Condição para que emerja: para $x = r\,\text{sen}\theta = \ell$ deve-se ter $y = r(1-\cos\theta) \prec \dfrac{d}{2}$

$$\text{sen}\theta = \frac{\ell}{r} = \frac{eE\ell}{mv^2} \Rightarrow \cos\theta = \sqrt{1-\frac{e^2E^2l^2}{m^2v^4}}$$

$$r(1-\cos\theta) \prec \frac{d}{2}$$

$$\frac{mv^2}{eE}\left(1-\sqrt{1-\frac{e^2E^2l^2}{m^2v^4}}\right) \prec \frac{d}{2} \Rightarrow 1-\sqrt{1-\frac{e^2E^2l^2}{m^2v^4}} \prec \frac{eEd}{2mv^2} \Rightarrow \sqrt{1-\frac{e^2E^2l^2}{m^2v^4}} \succ 1-\frac{eEd}{2mv^2} \Rightarrow$$

$$1-\frac{e^2E^2l^2}{m^2v^4} \succ 1-\frac{eEd}{mv^2}+\frac{e^2E^2d^2}{4m^2v^4} \Rightarrow \frac{eEd}{mv^2} \succ \frac{e^2E^2}{m^2v^4}\left(\ell^2+\frac{d^2}{4}\right) \Rightarrow v \succ \sqrt{\frac{eE}{md}\left(\ell^2+\frac{d^2}{4}\right)}$$

$$v \succ \sqrt{\frac{eEd}{2m}\left(\ell^2+\frac{4l^2}{d^2}\right)}$$