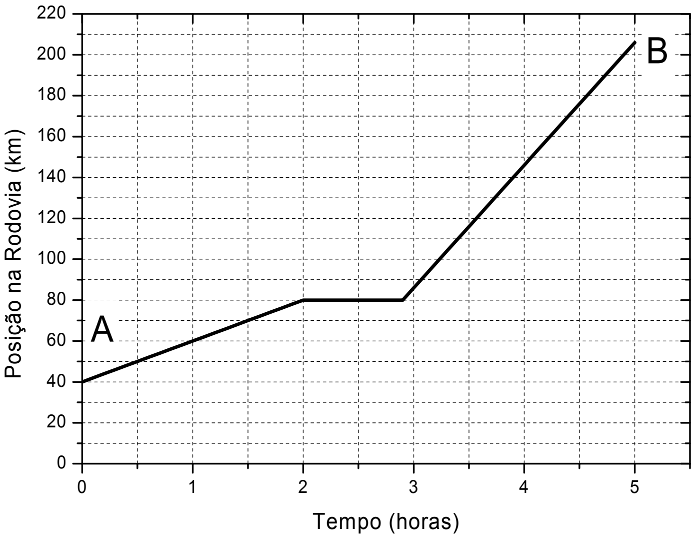
Olimpíada Brasileira de Física 2003 - 2ª Fase
Gabarito Comentado para a prova de 1º e 2º anos

Observações:
1 – A prova tem valor total de 48 pontos, o que corresponde ao total máximo de oito questões a serem escolhidas pelos alunos**.** Se a questão for dividida em itens, o valor total foi dividido igualmente entre os itens.

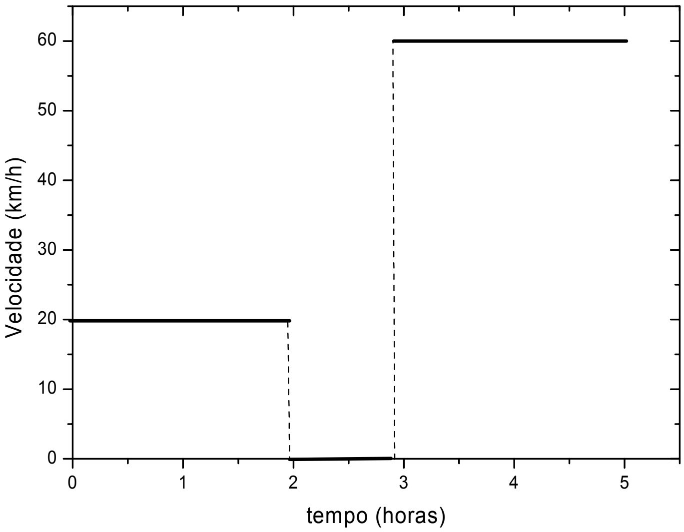
QUESTÃO 1 (6 pontos) – A questão proposta envolve conceitos básicos de cinemática.

a) Velocidade Média.



$$V_m = \frac{S_B - S_A}{\Delta t} = \frac{205 - 40}{5} = 33 km/h = 9{,}16 m/s$$

b) Esboço do gráfico da velocidade;



QUESTÃO 2 (6 pontos) – A questão proposta envolve conceitos básicos de cinemática.

a) Distância percorrida pelo automóvel:
Conversão: 100 km/h = 27,8 m/s
-aceleração do automóvel (MRUV):

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27{,}8}{10} = 2{,}8 m/s^2$$

- distância percorrida:

$$S = \frac{1}{2} a_m t^2 = 1{,}4x100 = 140m$$

b) Velocidade média

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{140}{10} = 14m/s = 50{,}4km/h$$

QUESTÃO 3 (6 pontos) - A questão proposta envolve a aplicação de conceitos básicos de cinemática.

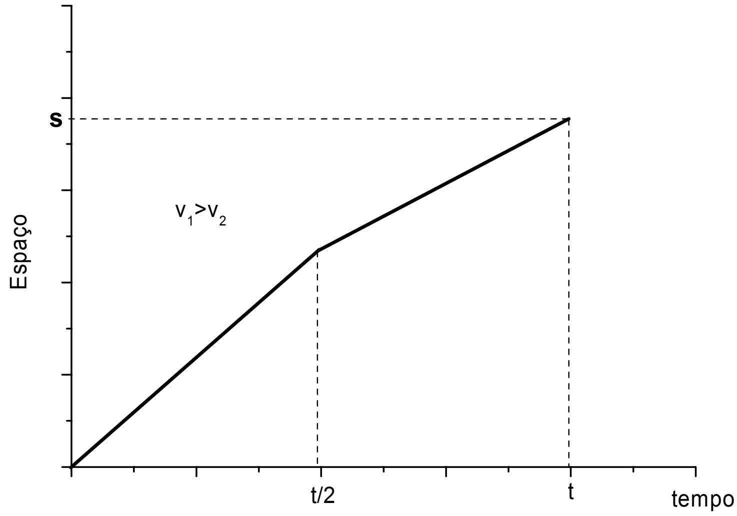
a) Velocidade Média;

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_1 + s_2}{t} = \frac{t_1 v_1 + t_2 v_2}{t} \qquad (1)$$

como $t_1 = t_2 = t/2$ (tempos nos trajetos 1 e 2) , ficamos:

$$V_m = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

b) esboço do gráfico.



- a inclinação das curvas após a metade do tempo deverá ser proposta pelo aluno.

QUESTÃO 4 (6 pontos) – A questão proposta envolve conceitos básicos de cinemática de um movimento circular uniforme.

a) Velocidade angular;

$$\varpi = \frac{2\pi}{T} = \frac{6}{20} = 0{,}3 rad/s$$

b) Velocidades linear e angular de uma pessoa a 3 m do centro.

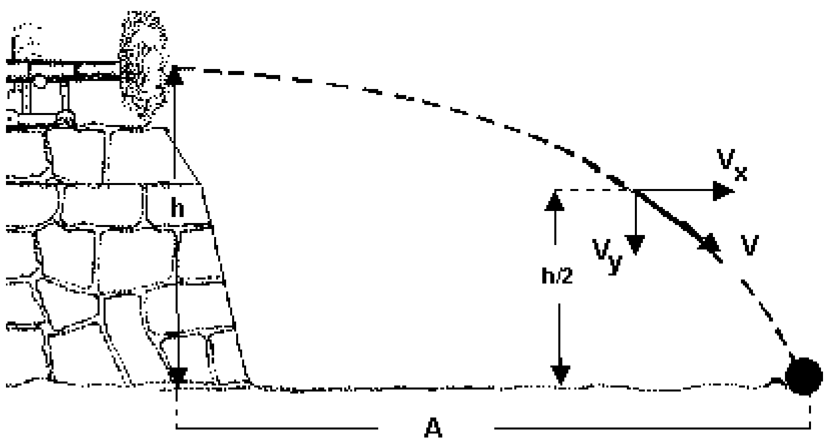
$$\varpi = \frac{2\pi}{T} = \frac{6}{20} = 0{,}3 rad/s$$

$$v = \varpi R = 0{,}3x3 = 0{,}9 m/s$$

c) Tempo gasto;
O tempo gasto é igual ao período T=20 s.

QUESTÃO 5 (6 pontos) - A questão proposta envolve conceitos de movimento em duas dimensões: Lançamento de projéteis. Na horizontal o movimento é uniforme e na vertical o movimento é uniformemente variado, sendo g a aceleração que atua sobre o corpo.

Dados do problema: V_{ox} = 80 m/s; $x_{\text{máximo}}$ = A = 160 m.



a) Tempo de deslocamento da bola;
Como a velocidade é constante no eixo x, tem-se que:

$$V_x = V_{ox} = A / t$$

$$t = A / V_x = 160 / 80$$

$$\mathbf{t = 2\ s}$$

b) Altura do muro;

$$h = g\, t^2 / 2 = 10/2 \,.\, 4$$

$$\mathbf{h = 20\ m}$$

c) Velocidade da bala no meio da trajetória na direção vertical;

$$y = h / 2 = 10\ m$$

Como o movimento é uniformemente variado na direção y, tem-se que:

$$V_y^2 = V_{oy}^2 + 2\, g\, y$$

$$V_y^2 = 0 + 2 \,.\, 10 \,.\, 10 = 200$$

$$Vy = \sqrt{200} \approx \mathbf{14{,}1\ m/s}$$

QUESTÃO 6 (6 pontos) - A questão proposta envolve a aplicação de conceitos básicos de cinemática.
Dados do problema: $V_1 = 8$ km/h (subida); $V_2 = 30$ km/h (descida); $\Delta S_1 = \Delta S_2 = \Delta S$

a) Velocidade média no percurso.

$$V_{média} = \Delta S_{total} / \Delta t_{total} \qquad (1)$$

$$V_1 = \Delta S / \Delta t_1 \rightarrow \Delta t_1 = \Delta S / V_1 \qquad (2)$$

$$V_2 = \Delta S / \Delta t_2 \rightarrow \Delta t_2 = \Delta S / V_2 \qquad (3)$$

Para obter o tempo total, faz-se a soma das expressões (1) e (2), tem-se que:

$$\Delta t_{total} = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \Delta S / V_1 + \Delta S / V_2$$

$$\Delta t_{total} = \Delta S\, (1 / V_1 + 1 / V_2) = \Delta S\, (V_1 + V_2)/ (V_1\ V_2) \qquad (4)$$

$$\Delta S_{total} = 2\, \Delta S \qquad (5)$$

Substituindo (4) e (5) em (1):

$$V_{média} = 2\, \Delta S /(\Delta S\, (V_1 + V_2)/ (V_1\ V_2))$$

$$V_{média} = 2\, \Delta S\, (V_1\, V_2)/\Delta S\, (V_1 + V_2) = (2\, V_1\ V_2) / (V_1 + V_2)$$

Substituindo os valores numéricos:

$$V_{média} = (2 \,.\, 8 \,.\, 30) / (8 + 30) = 12{,}6 \text{ km/h} = 3{,}5 \text{ m/s}$$

$$\mathbf{V_{média} = 12{,}6 \text{ km/h} = 3{,}5 \text{ m/s}}$$

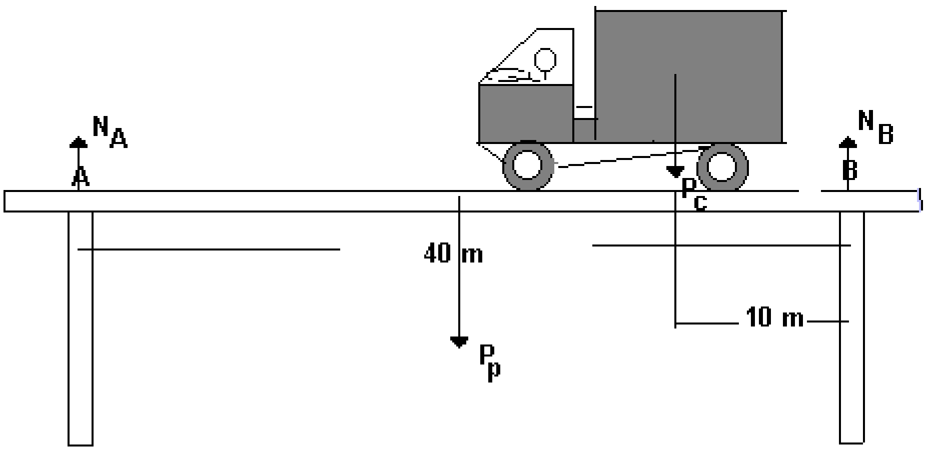
b) Trabalho realizado pela força peso.

O trabalho realizado pela força peso é **nulo**. Como o peso é uma força conservativa o trabalho realizado na subida é igual ao trabalho ganho na descida.

QUESTÃO 7 (6 pontos) – A questão proposta envolve conceitos de estática. Além do equilíbrio das forças (condição de equilíbrio de translação) que atuam na ponte é necessário aplicar o equilíbrio dos momentos que estas forças provocam nos pilares (equilíbrio na rotação).

Dados do problema: $L_p = 40$ m; $P_p = 10^6$ N; $P_c = 2 \times 10^5$ N; $L_c = 10$ m

a) Determinação da força que cada pilar exerce sobre a ponte: N_A e N_B



Aplicando a condição de equilíbrio de rotação e considerando o eixo de rotação passando por B:

$$\sum M = - N_A L_p + P_p L_p / 2 + P_c L_c = 0$$

Convenção adotada: sentido horário → momento negativo
Sentido anti-horário → momento positivo

Substituindo os valores:

$$- N_A\, 40 + 10^6 \times 20 + 2 \times 10^5 \times 10 = 0$$

Obtém-se:

$$\mathbf{N_A = 5{,}5 \times 10^5 \text{ N}}$$

Aplicando a condição de equilíbrio de translação:

$$\sum F_y = N_A + N_B - P_p - P_c = 0$$

Substituindo o valor de N_A e os valores dados:

$$5{,}5 \times 10^5 + N_B - 10^6 - 2 \times 10^5 = 0$$

Obtém-se:

$$\mathbf{N_B = 6{,}5 \times 10^5\ N}$$

b) Evolução das forças, quando o caminhão trafega pela ponte.
A soma das duas forças, N_A e N_B, é igual a 12×10^5 N, quando o caminhão estiver no centro da ponte:

$$N_A = N_B = 6{,}0 \times 10^5\ N$$

Quando o caminhão se aproxima do pilar A, a força que o pilar A exerce aumenta, enquanto a do pilar B, diminui. A resolução deste item pode ser feita apenas com argumentação

QUESTÃO 8 (6 pontos) - A quantidade de calor transferida por unidade de tempo, $Q/\Delta t$, é diretamente proporcional à área da secção transversal, A, e ao gradiente de temperatura, $\Delta T/\Delta x$ e a constante de proporcionalidade que é denominada condutividade térmica, K.
Dados da questão: $A = 150\ cm^2$; $T = 37^o$ C; $T_o = 5^o$ C; $K_{ar} = 2{,}37 \times 10^{-2}$ W / m ^{o}C; $K_{água} = 0{,}54$ W/m^{o}C

Escrevendo a expressão para a quantidade de calor transferida, temos:

$$\frac{Q}{\Delta t} = \frac{K.A.\Delta T}{\Delta x} \qquad (1)$$

A equação acima pode ser obtida através de análise dimensional.

a) Perda de calor em calorias por segundo para uma temperatura de 5^o C

Substituindo os valores numéricos em (1), tem-se que:

$$Q/\Delta t = (2{,}37 \times 10^{-2} \cdot 150 \times 10^{-4}\ (37 - 5)) / 2 \times 10^{-2}$$

$$Q/\Delta t = 0{,}57\ J/s = 0{,}57\ W$$

Sendo 1 cal = 4,18 J:

$$\mathbf{Q/\Delta t = 0{,}14\ cal/s}$$

a) Perda de calor para o pássaro molhado

Substituindo os valores numéricos em (1), tem-se que:

$$Q/\Delta t = (0{,}54 \cdot 150 \times 10^{-4}\ (37 - 5))/ 0{,}25 \times 10^{-2}$$

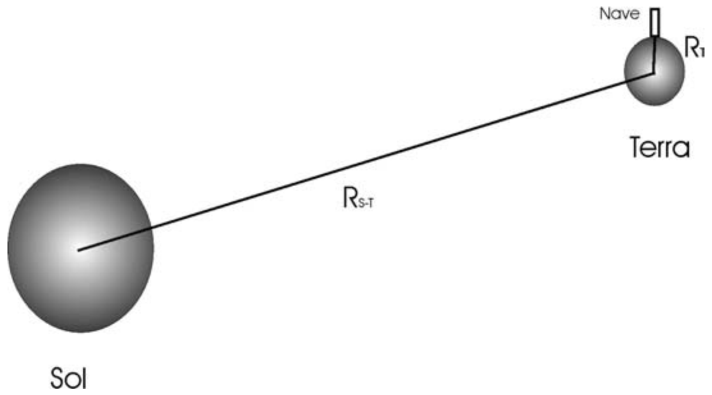
$$Q/\Delta t = 103{,}7\ J/s = 103{,}7\ W$$

Sendo 1 cal igual a 4,18 J:

$$Q/\Delta t = 24,8 \text{ cal / s}$$

c) Os resultados mostram que o pássaro apresenta um desconforto térmico maior quando está molhado; ele, já sabendo disto, evita ficar molhado.

QUESTÃO 9 (6 pontos) - A questão aborda conceitos de gravitação. Neste caso a expressão para a energia potencial gravitacional deve ser escrita na sua forma geral. Usualmente utilizamos a expressão para a energia potencial gravitacional nas proximidades da superfície da Terra, com g constante. Pode ser observado também que a influência do Sol, mesmo estando a uma distância considerável da Terra, não pode ser desconsiderada.



Considerando somente a influência do sistema Terra-Sol, a energia potencial (tomando como referência U = 0 no infinito) que uma nave de massa m terá sobre a superfície da Terra será:

$$U = -\frac{GM_{Terra}m}{R_T} - \frac{GM_{Sol}m}{R_{T-S}} \qquad (1)$$

onde R_T = raio da Terra e $R_{T\text{-}S}$ = distância Terra-Sol.
A energia por unidade de massa será:

$$\frac{U}{m} = -\frac{GM_{Terra}}{R_T} - \frac{GM_{Sol}}{R_{T-S}} = -G\left(\frac{M_{Terra}}{R_T} + \frac{M_{Sol}}{R_{T-S}}\right) \qquad (2)$$

Para que uma nave de massa m seja colocada fora do sistema solar, esta deverá chegar no infinito (fora do sistema solar) com no mínimo velocidade nula, neste caso, substituindo-se os valores fornecidos na equação (2), teremos:

$$U/m = 9,6\text{x}10^8 \text{ J/kg}$$

QUESTÃO 10 (6 pontos) - A questão considerada combina conceitos do movimento periódico de um pêndulo simples, com conservação da energia mecânica no sistema (queda-livre). O importante nesta questão é saber que mesmo perdendo uma parte de sua massa, o período de oscilação de um pêndulo simples permanece o mesmo, ou seja, independe da massa e da sua amplitude de oscilação (para pequenas oscilações). O pêndulo simples foi por muito tempo utilizado como padrão de tempo. Nos dias de hoje os relógios possuem osciladores de cristal, muito mais precisos, que substituíram os velhos relógios que utilizavam pêndulos como padrão de tempo.
Dados do problema: L = 0,10 m e m = 0,10 kg

Num pêndulo em regime de pequenas oscilações, o período é dado pela expressão:

$$T = 2\pi\sqrt{L/g}$$

Elevando-se ao quadrado a expressão acima, tem-se que:

$$T^2 = 4\ \pi^2\ (L\ /\ g) \qquad (1)$$

O bloco cai de uma altura h, em movimento uniformemente variado, em um tempo igual ao período do pêndulo, T:

$$h = g\ T^2\ /\ 2 \qquad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$h = 2\ \pi^2\ L$$

$$h = 2\ .\ 3^2\ 10^{-1}$$

$$\mathbf{h = 1{,}8\ m}$$

b) Energia cinética ao atingir o chão
Aplicando o princípio da conservação de energia:

$$E_p = m\ g\ h \qquad (3)$$

(energia potencial mecânica no momento em que a massa é abandonada)

$$E_c = E_p = 0{,}10x10x1{,}8$$

$$\mathbf{E_c = 1{,}8\ J}$$

QUESTÃO 11 (6 pontos) - A questão aborda um dos conceitos mais importantes da dinâmica: Conservação da energia mecânica. Num sistema onde não há influência de forças de dissipação, forças de atrito em geral, a energia mecânica do sistema é conservada e é denominada de **constante de movimento**. No dia-a-dia é muito difícil de se reproduzir um sistema sem a presença de forças de atrito. No problema em questão serão consideradas as energias potencial da mola, a gravitacional e a energia cinética (energia de movimento).

Dados: m = 4,0 kg; K = 3,6 x 10^3 N/m; X = 20 cm = 0,20 m

a) Módulo da velocidade do bloco;
Aplicando o princípio da conservação de energia antes do lançamento do bloco (até que o bloco permaneça em contato com a mola):

$$E_{\text{p elástica}} = E_{\text{c}} \qquad (1)$$

$$1/2\ K\ x^2 = 1/2\ m\ V^2$$

$$V = \sqrt{kx^2/m}$$

$$V = \sqrt{36x10^2/4}\ .\ 0{,}2$$

V = 6,0 m/s

b) Determinação da altura h;
Aplicando o princípio da conservação de energia após o lançamento do bloco (a energia cinética do bloco deve ser considerada no momento em que este perde o contato com a mola):

$$E_c = E_p \qquad (2)$$

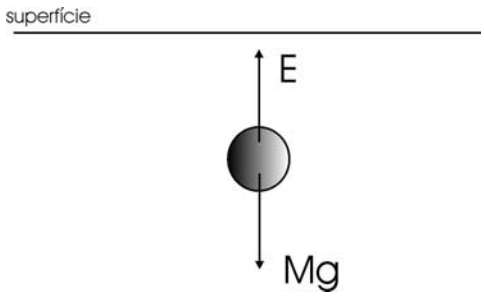
$$mV^2 / 2 = m\ g\ h$$

$$h = V^2 / 2\ g$$

$$h = 6{,}0^2 / 2.\ 10$$

$$\mathbf{h = 1{,}8\ m}$$

QUESTÃO 12 (6 pontos) – Esta questão aborda conceitos de cinemática e dinâmica de corpos imersos em fluídos. Como é dito no enunciado do problema, todo o tipo de turbulência que irá aparecer devido ao deslocamento do corpo no fluído será desconsiderado. Em problemas reais isto geralmente não pode ser desconsiderado, principalmente se a velocidade do corpo for elevada. Problemas que estudam a influência do deslocamento de corpos em fluídos geram o desenvolvimento do conceito de forma aerodinâmica, muito importante no projeto de aviões e automóveis.



a) Profundidade máxima (d) que a bola atinge no líquido;
A bola chega à superfície do líquido com uma velocidade de:

$v_0 = \sqrt{2gh}$, neste caso ao atingir a profundidade máxima v_{max}= 0, então $d = \frac{v_0^{\ 2}}{2a}$, onde a é a aceleração que o corpo terá quando submerso. Aplicando a 2ª lei Newton teremos:
$a = g - \frac{E}{m} = g - \frac{\rho_a V g}{m} = g(1 - \frac{V}{\frac{2}{3}V}) = -0{,}5g$ (sentido contrário ao do movimento com ρ_{bola}=2/3 $\rho_{água}$)

Substituindo os valores:

$$d = 2xh = 20\ m$$

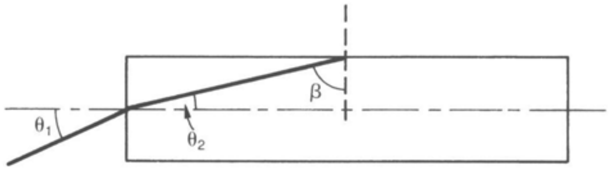
b) tempo total da bola submersa;
O tempo total será dado por:

$$t = 2\frac{v_0}{a} = \frac{28,28}{5} = 5,65s$$

QUESTÃO 13 (6 pontos) – A questão trata de um dos tópicos da tecnologia de comunicação mais utilizados no momento, que é a transmissão de informações através de fibras ópticas. Além de proporcionar a possibilidade de se transmitir uma quantidade de informações muito maior que a comunicação via rádio, esta forma de transmissão sobre pouco à influência de fatores externos, como interferência eletromagnética e fatores climáticos. Um dos únicos problemas que esta forma de comunicação apresenta, está ligado à própria natureza da fibra, ou seja, a possibilidade de se curvar uma fibra sem que a luz saia de seu interior.

Aplicando-se a lei de Snell na entrada do raio na fibra temos (n_{ar}=1):

$$sen\theta_1 = n.sen\theta_2 \qquad (1)$$



Chamando de β o ângulo de reflexão do raio na superfície interna da fibra, temos: $\beta = 90^o - \theta_2$.
A condição de reflexão total no interior da fibra é dada por:

$$n.sen\beta \geq 1 \quad \text{ou} \quad n.\cos\theta_2 \geq 1 \qquad (2)$$

Temos então:

$$n(1 - sen^2\theta_2)^{1/2} \geq 1 \quad \text{ou} \quad sen^2\theta_2 \leq 1 - 1/n^2$$

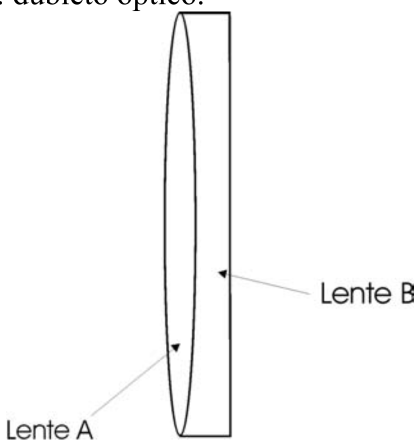
$$sen^2\theta_1 = n^2 sen^2\theta_2 \leq n^2 - 1$$

O máximo valor de θ_1 será:

$$\theta_1^{max} = sen^{-1}(n^2 - 1)^{1/2}$$

QUESTÃO 14 (6 pontos) - O sistema proposto nesta questão é conhecido como dubleto óptico e é muito utilizado em máquinas fotográficas, sistema de filmagem e instrumentos ópticos em geral. De acordo com os valores dos índices de refração das lentes do sistema, este tem pouca influência com relação ao comprimento da luz incidente (a aberração cromática é praticamente eliminada) e é chamado de dubleto acromático.

a) Esboço do sistema proposto: dubleto óptico.



b) Foco do sistema;

O foco do sistema será dado por:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_A} + \frac{1}{f_B} \tag{1}$$

A partir da equação do fabricante de lente:

$$\frac{1}{f} = (n_A - 1)(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}) + (n_B - 1)(\frac{-1}{R}) = \frac{1}{R}(2n_A - n_B - 1) \tag{2}$$

Logo:

$$f = \frac{R}{(2n_A - n_B - 1)} \tag{3}$$

QUESTÃO 15 (6 pontos) – Nesta questão são abordados conceitos de dilatação térmica em líquidos. Será necessário para a resolução do item b), determinar qual a variação do volume do tanque e ver se esta compensará a variação do volume do combustível.

a) Aumento do volume do combustível;
O aumento que o combustível terá devido ao aumento de temperatura será de:

$$V'_G = (1 + \gamma_G \Delta T)V_G = 1{,}036V_G$$

ou seja, a gasolina terá um aumento de 3,6% no seu volume original.

b) verificação se irá ocorrer derramamento de combustível;
Neste caso devemos considerar o aumento do volume do tanque:

$$V'_T = (1 + \gamma_T \Delta T)V_T = 1{,}0004V_T \tag{1}$$

Como $V_G = 0{,}97V_T$, temos:

$$V'_G = 1{,}036x0{,}97V_T = 1{,}0049V_T \tag{2}$$

Como $V'_G > V'_T$, irá ocorrer um derramamento do combustível.

QUESTÃO 16 (6 pontos) - O problema considerado aborda conceitos de estática de corpos imersos em fluídos. Neste caso é necessário considerar o Empuxo que o fluído (e sua densidade) exercerá sobre o corpo na determinação das quantidades necessárias. No valor indicado pelo dinamômetro já esta indicada a influência dos fluídos.

a) Massa do cubo;
A leitura no dinamômetro é dada por:

$$W_D = Mg - E \tag{1}$$

sendo E o empuxo do corpo submerso, dado por:

$$E = \rho_a a^2 hg + \rho_o a^2 (a - h)g \tag{2}$$

Então a massa M do corpo será dada por:

$$M = \frac{W_D + E}{g} = \frac{W_D}{g} + a^2[\rho_a h + \rho_o (a - h)] \tag{3}$$

substituindo-se os valores fornecidos:

M=0,65 kg

b) A pressão no fundo do corpo será:

$$P = \rho_a g h + \rho_o g d \tag{4}$$

Substituindo-se os valores em (4) obtemos: P=1200 N m^{-2}. Se o aluno considerou a influência da pressão atmosférica no resultado final, este foi considerado correto.