GABARITO - 3ª Série

Questão 01

Ao se colidirem, A e B terão velocidades $v = (2gh)^{1/2}$, porém, com sentidos opostos. Sendo m e 9m as massas dos corpos B e A, respectivamente, a quantidade de movimento de cada corpo, instante antes do choque, será:

Corpo A $\rightarrow$ P_A (antes) = 9mv para a direita

Corpo B $\rightarrow$ P_B (antes) = mv para a esquerda

Portanto, a quantidade de movimento total, instante antes do choque, considerando negativo a quantidade de movimento para a esquerda, será:

$$P_{total} \text{ (antes)} = (9mv) + (-mv) = 8mv \text{ (para a direita)}$$

Respostas aos itens:

a) A quantidade de movimento total do sistema é igual (valor e direção) antes e após a colisão. Então, tem-se: P_{total} (antes) = P_{total}(depois). Como após o choque A e B movem-se grudados,

$$P_{total} \text{ (depois)} = (9m+m)V = 10mV$$

onde V = velocidade comum de A e B após o choque. Portanto, 10mV = 8mv $\therefore$ V = (8/10) v e como $v = (2gh)^{1/2}$, então $V = (8/10)(2gh)^{1/2}$.
Portanto, imediatamente após choque a quantidade de movimento de cada esfera será :

Corpo A $\rightarrow$ $P_{A\ (depois)} = 9m(V) = 9m(8/10)(2gh)^{1/2} = (72m/10)(2gh)^{1/2}$, para a direita

Corpo B $\rightarrow$ $P_{B\ (depois)} = mV = m(8/10)(2gh)^{1/2} = (8m/10)(2gh)^{1/2}$, para a direita

E a quantidade de movimento total dos corpos, imediatamente após o choque será:

$$(P_A + P_B)_{depois} = (72m/10)(2gh)^{1/2} + (8m/10)(2gh)^{1/2} = 8m(2gh)^{1/2}$$

b) Após o choque os corpos movem-se grudados e atingem uma altura máxima H. Considerando que o sistema não dissipe energia, tem-se que toda a energia cinética dos corpos logo após o choque transforma-se em energia potencial gravitacional quando os corpos grudados atingem a altura máxima H. Logo,

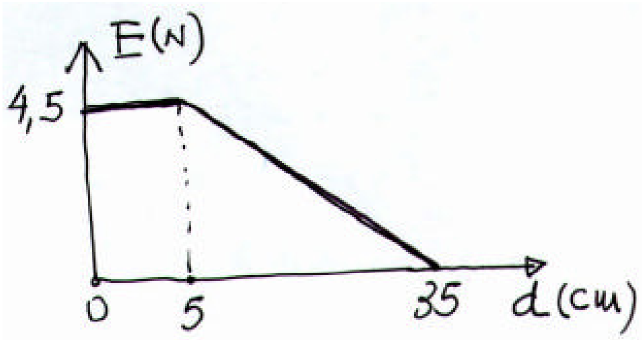
$$(1/2)(9m+m)V^2 = (9m+m)gH \rightarrow H = (V^2)/2g$$

Como $V = (8/10)(2gh)^{1/2}$ tem-se que $H = (64/100)(2gh)/2g = 0{,}64\ h$ ou seja, a altura máxima H atingida após o choque pelos dois corpos grudados é 64% da altura com que cada um dos corpos foi inicialmente abandonado.

Questão 02

O empuxo $E = \rho.g.V$, de um líquido sobre um corpo imerso, total ou parcialmente, depende da densidade ρ do líquido, da aceleração da gravidade g e do volume V da parte imersa do corpo.

O valor máximo de E ocorre quando V = volume do corpo. Isto significa que, não importa a posição que o corpo ocupa no interior do líquido : totalmente imerso, o empuxo E é invariável e máximo.



O gráfico mostra a variação do empuxo E sobre um cilindro imerso num líquido, em função do seu deslocamento vertical d .

Entre 0 e 5 cm o empuxo é invariável, portanto, até esse ponto ele, se encontra totalmente imerso no líquido.

A partir de d = 5 cm, o empuxo começa a diminuir, implicando que o volume imerso V igualmente diminua. Se o volume imerso começa a diminuir, o cilindro, que até d = 5 cm estava totalmente imerso, começa a emergir do líquido.

Para $d = 35$ cm, o empuxo se anula, implicando que o cilindro, a partir deste ponto, está totalmente fora do líquido.

Respostas aos itens.

a) A densidade do líquido.

Como o cilindro começa a emergir no ponto $d = 5$ cm e no ponto $d = 35$ cm ele deixa de ter contato com o líquido, a sua altura é determinada por $H = 35 - 5 = 30$ cm. Como a área da base do cilindro é $S = 20\ cm^2$, o seu volume será: $V = 20 \times 30 = 600\ cm^3 = 600 \times 10^{-6}\ m^3$.

Como o empuxo máximo é $E = 4,5$ N, a densidade do líquido pode ser obtida aplicando-se a fórmula:

$$E = \rho.g.V \quad \therefore \rho = E/.g.V = 4,5\ N/\ (10\ m/s^2)(600 \times 10^{-6}\ m^3) = 0,75 \times 10^3\ kg/m^3$$

$$\text{ou} \quad \rho = 0,75\ g/cm^3 .$$

b) A massa do cilindro.

m = d V $\longrightarrow$ **m = 8,0 x 600 = 4800g**

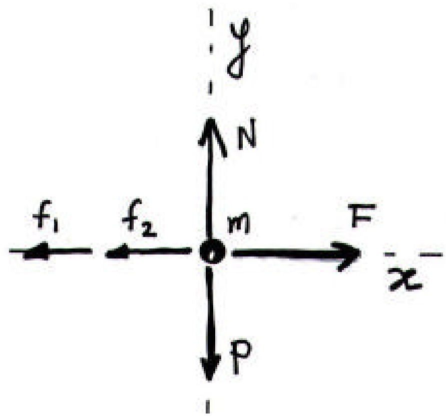
m = 4,8 . 10^3 kg

Questão 03

Preliminares:

As forças que atuam no corpo são :

- F = força motriz;
- f_1 e f_2 , forças de resistência
- P = peso
- N = reação normal da pista



Como o movimento é na horizontal :

$a_y = 0$ e

$a_x = a$, a aceleração do carro.

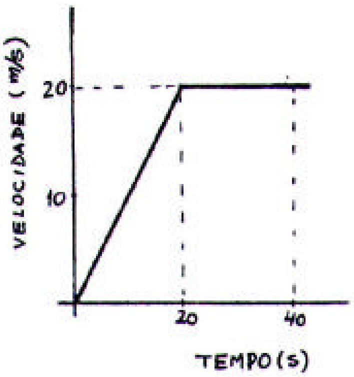
O diagrama de forças e a 2ª Lei de Newton, aplicada às direções y e x, resultam as seguintes relações:

$$N = P \quad (\text{ pois } a_y = 0)$$

$$F - (f_1 + f_2) = m.a \quad (\text{ pois } a_x = a) \text{ donde}$$

$$F = m.a + (f_1 + f_2)$$

Análise dinâmica do movimento:



a) Para $0 \le t \le 20$ s

- A aceleração é constante ($a = 1$ m/s^2);
- A velocidade é $v = 1.t$
- A distância percorrida é $x = (1/2)t^2$
- A eq.Torricelli é $v^2 = 2.x$
- $f_1 = 250$ N (constante)
- $f_2 = 0{,}70\ v^2 = 0{,}70(t)^2$
- $F = ma. + (f_1 + f_2) = 1500 + 250 + 0{,}7t^2$

Para $20 \le t \le 40$ s

- $a = 0$ e $v = 20$ m/s (constante)
- f1 = 250 N
- $f2 = 0{,}70v^2 = 0{,}70(20)2 = 280$ N
- $F = (f_1 + f_2) = 530$ N

Respostas aos itens.

a) A força motriz F para t = 10 s.

Para $0 \le t \le 20$ s $\rightarrow F = 1500 + 250 + 0{,}7.t^2$ conforme analise do movimento realizado nas "preliminares" da resolução do problema. Portanto, para t = 10 s :

$$F_{(10s)} = 1500 + 250 + 0{,}7(100) = 1820 \text{ N}$$

b) Esboço do gráfico da Potência entre 0 e 40 s.

$$Pot = F.v$$

Considerando os intervalos I) $0 \leq t \leq 20$ s e II) $20 \leq t \leq 40$ s tem-se :

Intervalo I :

Pot = F.v = 1500v + 250v + $0{,}70v^3$ = 1750v + $0{,}7v^3$. Como neste intervalo v = t, a potência pode ser colocada em função do tempo. A potência será crescente dada por:

$$\textbf{Pot} = \mathbf{1750t + 0{,}7t^3}\ .$$

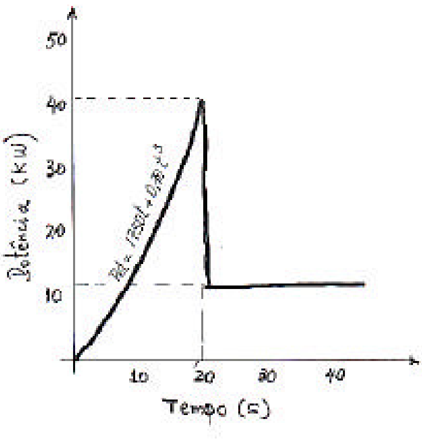
Intervalo II:

Neste intervalo a aceleração é nula e v = 20 m/s, constante. Portanto, F = 250 + $0{,}70v^2$ = 530 N . Logo a potência será constante:

Pot = 530v = 530 (20) = 10.600 watt = 10,6 kW

Esboço do gráfico:

t (s)	Pot (kW)
0	0
10	18,2
20 (-)	40,6
20 (+)	10,6
40	10,6



Questão 04

Preliminares:

A velocidade de propagação v_{som} do som se relaciona com a freqüência f pela expressão: $v_{som} = \lambda.f$ onde λ = comprimento de onda. Quando a fonte estiver em movimento, o som detetado por um observador em repouso terá um freqüência f ' maior ou menor que f (emitida pela fonte), dependendo se a fonte estiver se aproximando ou se afastando do observador. Uma diferença na freqüência equivale, também, a uma diferença no comprimento de onda. É o chamado efeito Doppler.

Sendo λ = compr.onda do som emitido pela fonte e λ' = compr.de onda do som detetado pelo observador tem-se:

I) se a fonte se aproxima do observador $\rightarrow$ $\lambda' = \lambda - \Delta\lambda$

II) se a fonte se afasta do observador $\rightarrow$ $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$

Quando a fonte se aproxima, o observador parado "vê" as ondas passarem com comprimento de onda diminuídas de $\Delta\lambda$ e quando a fonte se afastar ele "vê" o comprimento de onda do som aumentar de $\Delta\lambda$.

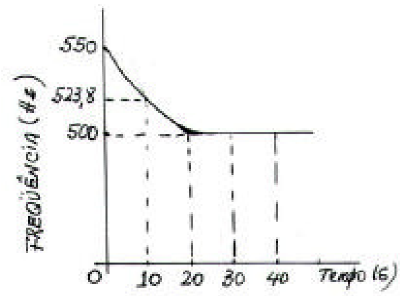
A variação $\Delta\lambda$ no comprimento de onda se relaciona com a velocidade da fonte (V_{fonte}) pela expressão: $\Delta\lambda = (V_{fonte}).T = (V_{fonte})/f$ poisT = 1/f . Se V_{fonte} varia $\Delta\lambda$ também varia.

Respostas aos itens

a) A ambulância está afastando ou aproximando do observador ?

Comprimento de onda do som emitido pela fonte:

$$\lambda = v_{som}/f = 340/550= 0,618 \text{ m}$$



Comprimento de onda do som detetado pelo observador, para t = 20 s:

$$\lambda' = 340/500 = 0,680 \text{ m}$$

Portanto, como o observador deteta som com comprimento de onda maior ($\lambda' > \lambda$), a ambulância afasta do observador.

b) Gráfico da velocidade em função do tempo no intervalo 0 - 40 s.

1) $\Delta\lambda = (V_{fonte})/f \rightarrow \lambda' = \lambda + (V_{fonte})/f$

2) $\lambda' = v_{som}/f' \rightarrow f' = v_{som}/\lambda' = (v_{som})/[\lambda + (V_{fonte})/f]$.

Como $\lambda = v_{som}/f$ tem-se :

$f' = (v_{som})/[v_{som}/f + v_{fonte}/f] \rightarrow f' = f/[1 + V_{fonte}/v_{som}]$.

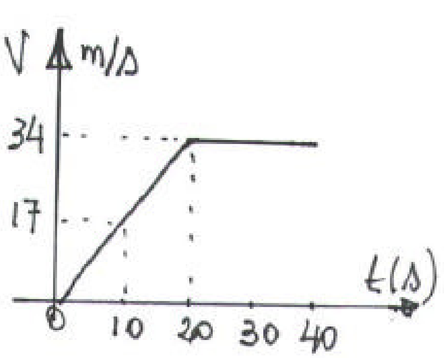
Desta relação, mediante processos algébricos, define-se:

$$\mathbf{V_{fonte} = (v_{som})(\Delta f/f')}$$

A partir dos dados do gráfico pode-se obter valores para V_{fonte} :

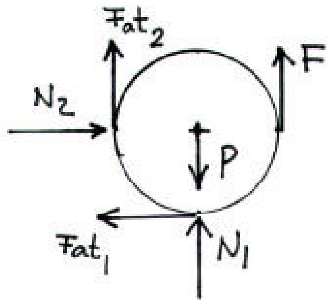
t (s)	f (Hz)	V_{fonte} (m/s)
0	550	0
10	523,8	17
20(-)	500	34
20(+)	500	34
30	500	34
40	500	34

Portanto, a velocidade é variável até 20 segundos, partir de então a ambulância move-se com velocidade constante .



Questão 05

a) Desenho das forças de contato e de campo sobre o cilindro.



F = força aplicada, vertical
Fat_1 = força de atrito no apoio horizontal
Fat_2 = força de atrito no apoio vertical
N_1 = reação normal do apoio horizontal
N_2 = reação normal do apoio vertical
P = peso do cilindro.

Observações: 1) O cilindro é considerado rígido. Assim, as forças N_1 e N_2 passam pelo centro do cilindro. 2) A força F tende a girar o cilindro no sentido anti-horário. Assim as forças de atrito surgem nos apoios opondo à esta tendência.

b) Determinar F em função de P no instante em que o cilindro começa a girar.

Como o cilindro não gira, apesar da força aplicada F, as forças de atrito são estáticas e suas intensidades variam desde 0 até um valor máximo ($\mu.N$) que se verifica quando começa ocorrer o deslizamento. Logo, no início do deslizamento:

$$Fat_1 = \mu N_1 \quad (1)$$
$$Fat_2 = \mu N_2 \quad (2)$$

onde μ = coef.de atrito estático, igual para ambos os apoios.

No equilíbrio as forças obedecem a duas condições:

$$\Sigma \mathbf{F} \text{ (vetorial)} = 0 \quad \begin{cases} N_1 + F + Fat_2 = P & (3) \\ N_2 = Fat_1 & (4) \end{cases}$$

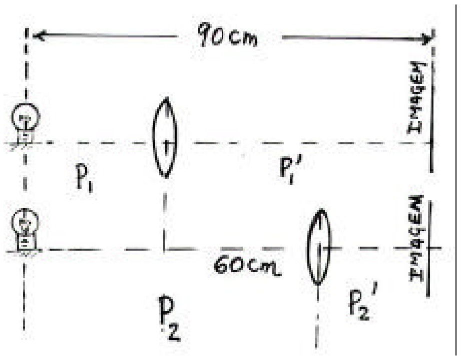
$\Sigma \mathbf{M}$ (momentos) = 0 em relação a qualquer eixo.

I) Das relações (2) e (4) $\rightarrow$ $Fat_2 = \mu \cdot Fat_1$ (5)
II) Das relações (1) ; (3) e (5) $\rightarrow$ $Fat_1(1 + \mu^2) = \mu P - \mu F$ (6)
III) Aplicando $\Sigma M = 0$ em relação ao centro do cilindro, tem-se:
$F.R = Fat_2.R + Fat_1.R$ $\rightarrow$ $F = Fat_1 + Fat_2$ (7)
IV) Das relações (5) e (7) $\rightarrow$ $Fat_1 = F/(1 + \mu)$ (8)
V) Das relações (6) e (8) $\rightarrow$ $F(1 + \mu^2)/(1+\mu) = \mu P - \mu F$ (9)
VI) Desenvolvendo a relação (9):
$F = P[\mu(1+\mu)]/(\mu + 2\mu^2 + 1)$ e sendo $\mu = 0,5$

$$\mathbf{F = (3/8)P}$$

Questão 06

Esquema e relações



$(1/p_1) + (1/p'_1) = (1/f)$ (1)
$p_1 + p'_1 = 90$ cm (2)
$(1/p_2) + (1/p'_2) = (1/f)$ (3)
$p'_1 = 60 + p'_2$ (4)
$p_2 + p'_2 = 90$ (5)

Respostas aos itens.

a) Qual a distância focal da lente ?

I) De (1) e (3) $\rightarrow$ $(1/p_1) + (1/p'_1) = (1/p_2) + (1/p'_2)$ (6)
II)De (2),(4),(5) e (6) $\rightarrow$ $1/(90-p'_1) + 1/p'_1 = 1/(150-p'_1) + 1/(p'_1-60)$ (7)
III) De (7) $\rightarrow$ $p'_1 = 75$ cm (8)
IV) De (8) e (2) $\rightarrow$ $p_1 = 15$ cm (9)
V) De (8), (9) e (1) $\rightarrow$ $(1/f) = (1/15) + (1/75)$ $\therefore$ $f = 12,5$ cm que é a distância focal da lente.

b) Características da 2^a imagem.

I) De (4) e (5) $\rightarrow$ $p_2 = 150 - p'_1$ $\therefore$ $p_2 = 75$ cm
II) De (4) e (8) $\rightarrow$ $p'_2 = 75 - 60$ $\therefore$ $p'_2 = 15$ cm

Logo, $M = - p'_2/p_2 = - 15/75 = - 0{,}2$ o que indica que a imagem é de tamanho menor e é invertida.

Questão 07

a) A potência do motor que se ajusta ao projeto.

I) O tempo de funcionamento das baterias é

$$\Delta t = (50.000 \text{ m})/(20 \text{ m/s}) = 2\,500 \text{ s}$$

II) Considerando este intervalo de tempo :

$$Pot = 21 \times 10^6 \text{ J}/2500\text{s} = 8{,}4 \times 10^3 \text{ W} = 8{,}4 \text{ kW}$$

que é a potência (máxima) do motor que se ajusta às condições impostas.

b) A carga, em "coulombs", disponível na bateria.

$Q = I.\Delta t$ (1)
$Pot = UI \rightarrow I = Pot/U$ (2)

De (1) e (2) $\rightarrow$ $Q = (Pot/U).\Delta t = (8.400 \text{ watts}/12 \text{ volts})(2500\text{s})$

$$Q = 1{,}75 \times 10^6 \text{ (ampere)(s)} = 1{,}75 \times 10^6 \text{ C}$$

Questão 08

Preliminares:
A potência térmica que é transmitida de dentro para fora do galpão é:

$$Pot = (kA/L)\Delta\theta$$

onde $k = 0{,}5\ W/m^oC$ (coef. de cond.térmica) ; $A = 300\ m^2$ (área total); $L = 0{,}20\ m$ (espessura da parede) e $\Delta\theta = 20^o\ C$ (diferença de temperatura) . Substituindo-se os valores de cada variável: $Pot = 15\ kW$

Respostas aos itens.

a) Custo mensal da energia

Se esta potência for compensada por lâmpadas acesas no interior do galpão, a potência total das lâmpadas deve ser Pot = 15 kW.
A energia transformada será : $E = Pot \times \Delta t$. Portanto em 1 mês:

$$E = 15\ kW \times 30\ dia \times 24\ hora/dia = 10.800\ kWh = 10{,}8\ MWh.$$

Como o custo da energia é R$ 120,00/MWh, o valor da conta mensal será:

Conta Mensal = 10,8 MWh x R$120/MWh = R$ 1296,00

b) Volume de gás

Se a potência deve ser compensada pela queima de gás, deve - se verificar quantas "kcal" de energia fluirá do interior do galpão para fora, durante 1 mês. Então:

$$Q = Pot.\Delta t = (15\ kW)(30\ dia)(24hora/dia)(3600\ s/hora)$$

$$Q = 38.880\ MJ$$

Considerando que 4 J = 1 cal :

$$Q \cong 9.720\ Mcal$$

Sendo $C = 9000\ kcal/m^3$, o volume de gás necessário (rendimento 100%) será:

$$V = 9.720\ MJ/9000\ kcal/m^3 = 9.720\ MJ/9Mcal/m^3 \cong 1080\ m^3 \text{ de gas.}$$

Volume de gás $\cong$ 1080 m^3