GABARITO
Questão 01

Preliminares

A bolinha é lançada com velocidade vertical Voy e atinge uma altura máxima de 1,15 metros. Valem as equações:

(1) $V_y = V_{oy} - g.t$
(2) $y = (V_{oy}).t - (1/2)gt^2$
(3) $V_y^2 = V_{oy}^2 - 2g\Delta y$

Respostas aos itens:

a) Quantos metros a pessoa caminhou, após concluir 10 arremessos completos.

I) Seja t o tempo para a bolinha alcançar a altura máxima y = 1,15 m , em relação à mão da pessoa, onde o componente vertical da velocidade é momentaneamente nula, isto é, $V_y = 0$. Então, de (1) tem-se: $0 = V_{oy} - gt$ $\rightarrow$ $t = (V_{oy})/g$ (4)
II) De (3) $\rightarrow V_{oy} = (2gh)^{1/2}$ (5)
III) De (4) e (5) $\rightarrow$ $t = (2gh)^{1/2}/g$ (6) é o tempo que a bolinha leva para atingir a altura máxima.
IV) O tempo de subida e descida da bolinha é $T = 2.t = 2.\ (2gh)^{1/2}/g$.
V) Neste intervalo de tempo T a pessoa caminha x = Vo.T onde Vo = 0,80 m/s.Logo, $x = 0,80.\ 2.\ (2gh)^{1/2}/g = 1,6\ (2gh)^{1/2}/g$.
VI) Em 10 arremessos, a pessoa deverá caminhar

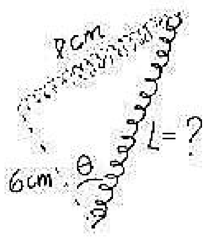
$$\mathbf{X = 10x = 16\ (2gh)^{1/2}/g = 16(2.10.1,15)^{1/2}/10 = 7,67\ m}$$

b) O ângulo de lançamento.

$\tan\theta = V_{oy}/Vo = [(2gh)^{1/2}]/Vo = [(2.10.1,15)^{1/2}]/0,80 = 5,994$
Portanto, θ é um ângulo cuja tangente é 5,994. (aprox. 80^o)

Questão 02

2. **Preliminares**
Deformação de cada mola:

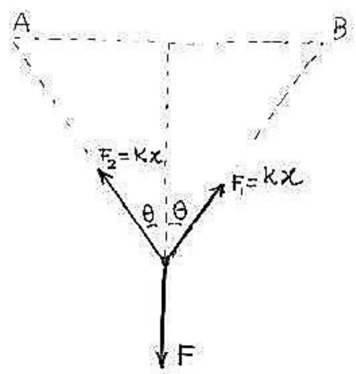


$L^2 = 8^2 + 6^2 \quad \therefore \quad L = 10$ cm
Portanto:
$X = L - L_0 = 2$ cm

Deformação de cada mola.

Determinação do angulo $\theta \rightarrow \cos\theta = 6/10 = 0{,}6$ e $\text{sen}\theta = 8/10 = 0{,}8$

a) Intensidade da força F



$F_1 = Kx = F_2 = 40$ N/cm . 2cm = 80N

No equilíbrio :

$\Sigma F_y = 0 \quad \rightarrow \quad F_2 \cos\theta + F_1 \cos\theta = F$
$F = 2F \cos\theta = 2 \times 80 \times 0{,}6$
$F = 96N$
$\Sigma F_x = 0 \quad \rightarrow \quad F_2 \,\text{sen}\theta = F_1 \,\text{sen}\theta$

$F_1 = F_2 = 80N$

Resposta : Para manter o equilíbrio
F = 96N

b) A velocidade da pedra ao passar pelo ponto B.

Desprezando-se a variação da energia potencial gravitacional no trecho considerado, $E_{\text{pot. ela'stica total}} = 1/2\, mv^2$

$2(1/2\ kx^2) = 1/2\ m\ v^2 \rightarrow \quad v = (2k/m)^{1/2}.x$

Dados: k = 4.000 N/m ; x = 0,02 m ; m= 0,1 kg
Substuindo-se os valores tem-se: $v = (2.4000/0,1)^{1/2}.0,02 = 2(8)^{1/2}$ m/s.

v = 5,66 m/s

Questão 03

Preliminares

O volume interno da geladeira é de 280 litros = $280 \times 10^3\ cm^3$. Ela é aberta 20 vezes/dia e em cada vez que isto ocorre, todo o ar frio é trocado pelo ar ambiente, mais quente, cuja temperatura é 25^o C maior. Então

V_{dia} = 20 x 280 litros = 5600 litros = $5600 \times 10^3\ cm^3$

$V_{mes} = 30 \times 5600 \times 10^3\ cm^3 = 168 \times 10^6\ cm^3$

Sendo d = 0,0012 g/cm3 a densidade média do ar, a massa de ar trocado, durante um mês, será:

$m_{mes} = 168 \times 10^6\ cm^3 \times\ 0,0012\ g/cm^3 = 201,6 \times 10^3\ g = 201,6\ kg$

Respostas aos itens:

a) Qual o processo responsável pela movimentação do ar do interior para o exterior da geladeira.

O ar no interior da geladeira é mais denso (temperatura menor) que o ar do ambiente (temperatura maior). Ao se abrir a porta da geladeira, o ar frio do seu interior sai pela parte inferior e à medida que isto ocorre o ar quente entra no interior da geladeira. Este é, basicamente, o processo denominado "convecção", que é responsável pela troca de calor envolvida.

b) Quantos kWh são retirados pela geladeira do ar durante 1 mês ?

Dados:

massa de ar trocado mum mês : $m_{mes} = 201,6 \times 10^3$ g

Calor específico médio do ar : $c = 0{,}24$ cal/g °C
Diferença de temperatura : $\Delta\theta = 25°$ C

O calor trocado num será :

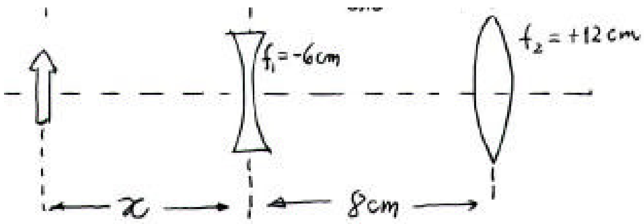
$$Q = m.c.\,\Delta\theta = (201{,}6 \times 10^3 \text{ g})(0{,}24 \text{ cal/g °C})(25° \text{ C}) = 1209{,}6 \text{ kcal}$$

$Q = 1209{,}6 \times 4{,}18$ kJ $= 5056{,}128$ kJ $= 5056{,}128$kW.s $= 5056{,}128$kW(1/3600)h $= 1{,}4$ kWh

$\therefore$ **Q = 1,4 kWh**

Questão 04

Esquema

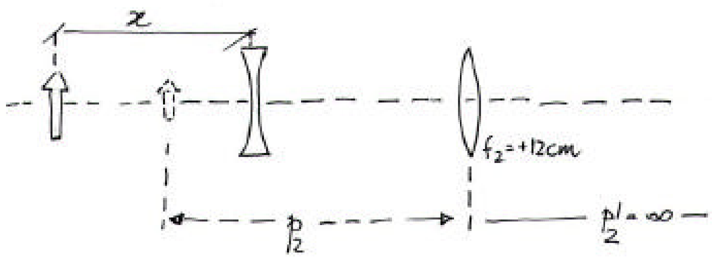


Lente com distância focal negativa = lente divergente

Lente com distância focal positiva = lente convergente.

Respostas aos itens.

a) Qual a distância x para a qual a imagem final estará muito distante da segunda lente ?



A imagem do objeto devido à primeira lente é objeto para a segunda lente.

Pela equação dos pontos conjugagdos da 2ª lente:

$$1/p_2 + 1/p'_2 = 1/12$$

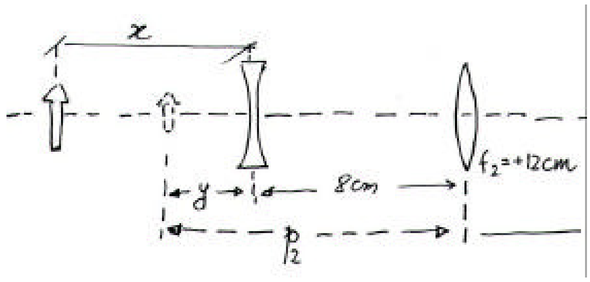
Se a imagem deve-se encontrar muito distânte $\rightarrow$ $p' = \infty$. Logo:

$$1/p_2 + 0 = 1/12 \quad \rightarrow \quad p_2 = 12 \text{ cm}$$

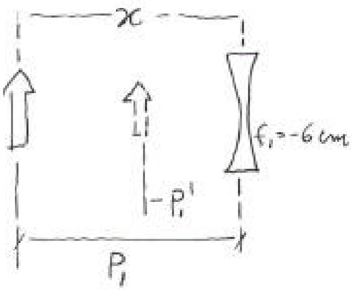
A figura mostra que:

$p_2 = 8 + y$

$y = 12-8 = 4$ cm



A imagem do objeto, devido à primeira lente, encontra-se a 4 cm a esquerda da lente.



Portanto,

$p'_1 = -4$ cm

$p_1 = x$

$f = -6$ cm

Logo, $1/(-4) + 1/(x) = 1/(-6) \rightarrow$ **x = 12 cm**

b) Caracterização da imagem devido à primeira lente.

$p'_1 = -4$ cm

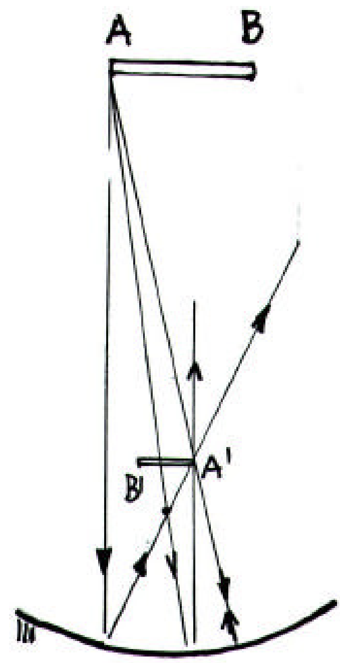
$p_1 = x = 12$ cm

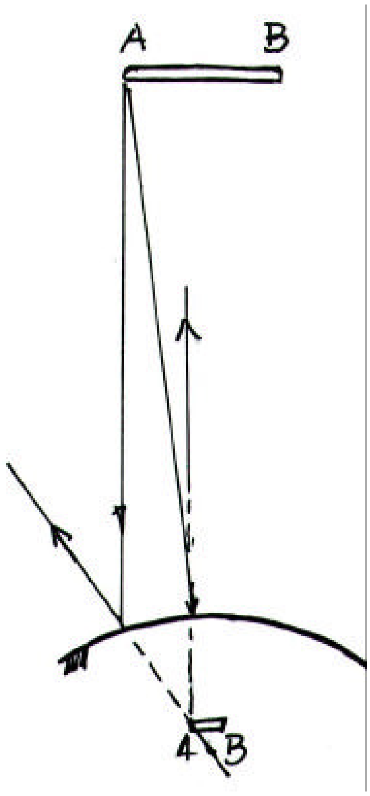
$M = - p'_1/p_1 = - (-4)/12 = 1/3$

A imagem do objeto, devido à primeira lente, é de tamanho menor e não invertida, isto é, direita.

Questão 05

ESQUEMAS





Respostas aos itens.

a) Voltando a parte côncava da calota para a lâmpada, que tipo de imagem será formada ?

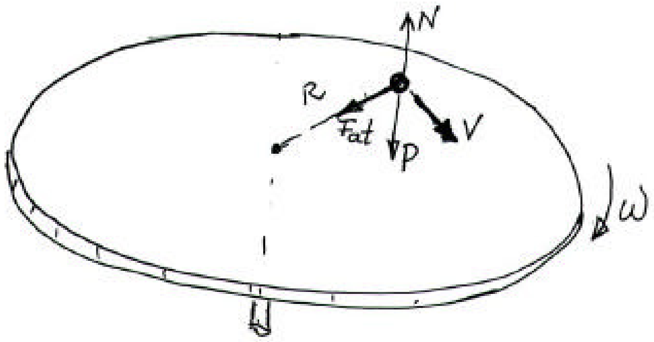
   A imagem formada será real, menor e invertida.

b) O que acontece colocando-se a parte convexa voltada para a lâmpada.

   A imagem será virtual, menor e direita.

Questão 06

Preliminares



Carlos, representado como uma partícula, move-se junto com a plataforma, em movimento circular de raio R .
A força de atrito funciona como a força centrípeta que garante o movimento circular de Carlos.

$$Fat = F_{centrípeta} = mv^2/R.$$

À medida que a velocidade v aumenta, maior a força centrípeta e maior a força de atrito necessária. Mas a força de atrito tem um limite de escorregamento que é $Fat = \mu N = \mu mg$, com $N = P = mg$.

Portanto, Carlos começa a deslizar quando

$$mv^2/R = \mu mg \quad (1)$$

A correspondente velocidade será : $v = (R\mu g)^{1/2}$ (2) . Como a velocidade angular é $\omega = v/R \rightarrow \omega = (\mu g/R)^{1/2}$ (3).

Respostas aos itens.

a) Qual a energia cinética de Carlos no instante em que começa a deslizar?

Pela relação (1) conclui-se que

$$EC = R\mu mg/2 = 1x0{,}4x60x10/2 = 120 \text{ J}$$

b) Qual a aceleração angular da plataforma.
Equação de Torricelli : $\omega^2 = 2\gamma\, \Delta\Theta$ onde γ = aceleração angular e $\Delta\Theta$ = deslocamento angular (em radianos). Logo, usando (3) tem-se:

$$\gamma = \omega^2 /2\, \Delta\Theta \rightarrow \gamma = (\mu g/R) /2(2\pi) = (0{,}4x10/1) / 8\pi = (1/1\pi) \text{ rad/s}^2$$

$$\boldsymbol{\gamma = (1/\pi) \text{ rad/s}^2}$$

Questão 07

a) Qual a intensidade da força do jato d'água sobre o anteparo ?

I.- A vazão φ = (área do cano) x velocidade da água = $\pi R^2 v$
II.- Mas φ = volume de água escoada/tempo = $V/\Delta t$
III.- Portanto, $V/\Delta t = \pi R^2 v$. Multiplicando-se ambos os lados pela densidade d da água, tem-se: $dV/\Delta t = \pi d R^2 v$. Mas dV = (densidade x volume escoado) = massa da água escoada = m . Logo, $m/\Delta t = \pi d R^2 v$ (1).
IV.- Multiplicando-se ambos os lados da relação (1) por v, velocidade da água, tem-se: $mv/\Delta t = \pi d R^2 v^2$ (2).
V.- Na interação da água com o anteparo, surge uma força F dado por, considerando x a direção perpendicular ao anteparo : $F. \Delta t = |mv_x - mv_{ox}|$
Como $mv_x = 0$ (a água sai paralelamente ao anteparo) e $v_{ox} = v$, velocidade da água $\rightarrow$ $F. \Delta t = |-mv_{ox}| = mv$, donde $F = (mv)/\Delta t$ (3).
Portanto, de (2) e (3) tem-se :

$$F = \pi d R^2 v^2 = 3 \text{ x } (1000 \text{ kg/m}^3)(4\text{x}10^{-2}\text{m})^2(15 \text{ m/s})^2 = 1080 \text{ N}$$

F = 1080 N

b) Qual o valor da constante da mola.

$F = kx$ sendo F = 1080 N e x = 18 cm, k = 1080N/18 cm = 60 N/cm ou k = 6000 N/m

Questão 08

Preliminares

Vo = velocidade de translação do eixo
Vo = ω.R onde ω = velocidade angular = $2\pi f$ onde f = frequência de rotação da roda.

a) O raio da roda.

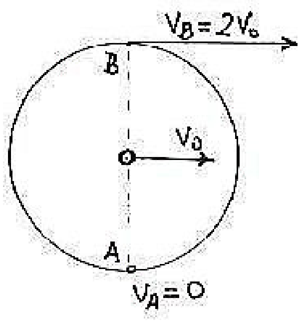
I - monociclo de Beto $\rightarrow Vo_{Beto} = 2\pi f_{Beto}R_{Beto}.$
II – monociclo de Pedro $\rightarrow Vo_{Pedro} = 2\pi f_{Pedro}R_{Pedro}$

Como $Vo_{Beto} = Vo_{Pedro} \rightarrow 2\pi f_{Beto}R_{Beto}. = 2\pi f_{Pedro}R_{Pedro}$

$\therefore (R_{Beto})/(R_{Pedro}) = (R_{Pedro})/(f_{Beto}) = 2/3$

como $R_{Beto} = 30$ cm $\rightarrow$ $\mathbf{R_{Pedro} = 45}$ **cm**.

b) Velocidade num determinado instante do ponto de contato da roda com a pista e de um ponto diametralmente oposto.



O ponto A , no contato roda/pista, tem velocidade instantânea nula, pois considerando que não exista deslizamento. Instantaneamente, $V_A = 0$.

O centro da roda tem velocidade escalar Vo e o ponto diametralmente oposto a A (ponto B), tem velocidade escalar 2Vo. É como se, instantaneamente, todos os pontos girassem ao redor de A.

$\omega = (2Vo)/2R = Vo/R$ = vel.angular constante.

Questão 09

a) Quantidade de esferas alojadas na caixa.

Como o diâmetro de cada esfera é 2 mm = 0,2 cm, num comprimento L = 10 cm, cabem 50 esferas. (50 x 0,2 cm = 10 cm).Logo, na caixa, cujo volume é V = L x L x L cabem:

N = 50 x 50 x 50 = 125.000 esferas.

b) Peso da caixa cheia

Peso da caixa cheia = Número de esferas x peso de cada esfera + peso próprio da caixa.

Peso próprio da caixa = M.g
Peso de cada esfera = m.g = dV.g = $d[(4/3)\pi R^3].g$

$\therefore$ Peso da caixa cheia = $N.d[(4/3)\pi R^3].g + Mg$

Sendo: M = 50 g = 0,05 kg; R = 1 mm = 0,001 m; d = 5 000 kg/m^3 , N = 125.000 , tem-se:

Peso da caixa cheia $\cong$ 26,7 N

(Considerando-se $\pi = 3$, Peso da caixa cheia $\cong$ 25,5 N)

Questão 10

a) densidade do ar final.

I) Para P_1 = 800 mmHg e V_1 = 20 litros, a densidade do ar é $d_1 = m/V_1$. (1)
II) Isotermicamente, o ar é levado para uma pressão P_2 = 1 atm = 760 mmHg e um volume V_2 . Como o processo é isotérmico, $P_1V_1 = P_2V_2$.(2).
III) A nova densidade é $d_2 = m/V_2$ (3). Das relações (1), (2) e (3) tem-se que: $d_2 = (P_2/P_1).d_1$ = (760/800)x 1 grama/litro = 0,95 grama/litro.

b) Qual foi a variação de volume e o sentido da força responsável.

I.- De (2) tem-se que $V_2 = P_1V_1/P_2$. Logo, $\Delta V = V_2 - V_1 = V_1(P_1-P_2)/P_2$.
Substituindo-se os valores:

$$\Delta V = 20 \text{ litros}(800-760)760 = 1{,}053 \text{ litros.}$$

II.- Ocorreu um aumento de volume e uma diminuição da pressão. A força responsável pelo processo atuou no sentido da expansão do cilindro.

Questão 11

Preliminares

As bolas 1 e 2, transladam-se juntas e atingem a bola 3 com velocidade Vo. Então:

- Quant.Mov. = Po = 2mVo
- Energ.Cinet. = Eco = $(1/2)(2m)Vo^2 = mVo^2$.

a) A previsão de Mário é correta ?

Se, após a colisão, apenas a bola 5 emergisse com velocidade V = 2Vo, conforme prevê Mário,

- Quant.Mov. $\rightarrow$ P_5 = Po ou m(2Vo) = 2mVo
- Energ.Cinet. $\rightarrow$ $EC_5 \neq$ Eco pois $(1/2)m(2Vo)^2 = 2mVo^2 > mVo^2$.

Nas colisões elásticas, além da quantidade de movimento, a energia cinética também deve ser conservada. A previsão de Mário é falsa, porque se a bola 5 emergisse com velocidade v = 2Vo, a quantidade de movimento seria conservada (P_5 = Po), mas isto não ocorreria com a energia cinética, pois $EC_5 = 2mVo^2 > Eco = mVo^2$.

b) A previsão de Pedro é correta ?

A previsão de Pedro confirma a teoria que diz: nas colisões elásticas tanto a energia cinética como a quantidade de movimento devem ser conservadas. Veja a tabela abaixo:

	Antes da colisão	Depois da colisão
Quant.Movimento	2mVo	2mVo
Energia Cinética	$(1/2)(2m)Vo^2$	$(1/2)(2m)Vo^2$

Questão 12

Preliminares

O volume de uma esfera é $V = (4/3)\pi R_{ext}^3$ e o de uma "casca esférica" de raios R_{int} e R_{ext} é $V_{casca} = (4/3)\pi(R_{ext}^3 - R_{int}^3)$.

a) Qual o empuxo sobre a esfera ?
   A esfera flutua com 2/3 de seu volume submerso. Então o empuxo será:
   $E = \rho g V_{imerso} = \rho g(2/3)[(4/3)\pi R_{ext}^3] = 10^4\ N/m^3(2/3)(4x3{,}14/3)(0{,}11\ m)^3$

   $$\mathbf{E = 37{,}15\ N}$$

b) Qual a densidade do material da esfera?

   No equilíbrio $E = peso = (m_1 + m_2)g$ onde m_1 = massa do material de que é feita a esfera e m_2 = 200 gramas, massa do álcool colocado na parte oca da esfera. Portanto, m_1 é determinado por:

   $$(m_1 + m_2)g = \rho g(2/3)[(4/3)\pi R_{ext}^3]$$
   $$m_1 = \rho(2/3)[(4/3)\pi R_{ext}^3] - m_2.$$
   $$m_1 = (1grama/cm^3)(8x\ 3{,}14/9)(11cm)^3 - 200\ gramas$$
   $$m_1 = 3715 - 200 = 3515\ gramas.$$

   Logo, a densidade do material da esfera é $d = m_1/V_{casca}$. O volume da casca é :

   $$V_{casca} = (4/3)\pi(R_{ext}^3 - R_{int}^3) = 4x3{,}14/3\ (11^3 - 10^3) = 1385{,}8\ cm^3$$

   Portanto, $d = 3515/1385{,}8 = 2{,}54\ gramas/cm^3$.

Questão 13

a) Quantas toneladas de gelo poderiam ser derretidas com a energia consumida pelos 6×10^9 habitantes.
   Dados: $H = 6 \times 10^9$ habitantes ; $C = 2000$ kcal/hab; $L_{gelo} = 80$ kcal/kg

   $$Q = mL_{gelo}$$
   $$6x10^9\ x\ 2000\ kcal = m\ 80\ kcal/kg$$
   $$\mathbf{m = 150x10^6\ toneladas\ de\ gelo.}$$

b) Quais seriam as dimensões do bloco de gelo derretido se tivesse forma cúbica ? Densidade do gelo = $0{,}9 \times 10^3$ kg/m^3

$$V = m/d = 150\text{x}10^9 \text{ kg}/0{,}9\text{x}10^3 \text{ kg/m}^3 = (1500/9).10^6 \text{ m}^3 .$$

Se o bloco de gelo fosse um cubo de lado L, então:

$$L^3 = (1500/9).10^6 \text{ m}^3 \rightarrow \mathbf{L = (1500/9)^{1/3} \times 10^2 \text{ m} \cong 555 \text{ m}}$$

Questão 14

Preliminares

A força gravitacional $F = GMm/R^2$, que o planeta exerce sobre um satélite, é a força centrípeta necessária para que o satélite, de massa m, continue em órbita.
Então: $GMm/R^2 = mv^2/R \rightarrow v^2 = GM/R$ (1) é a velocidade orbital do satélite. Esta velocidade não depende da massa do satélite !

Respostas aos itens.

a) Qual a razão entre as velocidades orbitais de dois satelites orbitando a mesma distância R da Lua e da Terra. Massa Terra = 80 Massa da Lua.

Sejam V_1 = velocidade orbital ao redor da Terra e V_2 = velocidade orbital ao redor da Lua. Então, de (1) :

$$V_1^2 = GM_{Terra}/R$$
$$V_2^2 = G.M_{Lua}/R$$

E a razão entre as velocidade será :

$$(V_1/V_2)^2 = (GM_{Terra}/R)/(G.M_{Lua}/R) = M_{Terra}/M_{Lua}$$

Como $M_{Terra}/M_{Lua} = 80 \rightarrow (V_1/V_2)^2 = 80 \rightarrow$ **$V_1/V_2 \cong 9$, isto é, a velocidade orbital do satélite ao redor da Terra é 9 vezes maior que ao redor da Lua, à mesma distância do centro de força.**

b) Qual a relação entre os seus respectivos períodos.

Admitindo-se movimento circular, tem-se que $V = \omega R = (2\pi/T)R$ onde T = período do movimento. Então :

$$V_1^2 = GM_{Terra}/R \rightarrow [(2\pi/T_1)R]^2 = GM_{Terra}/R \ (2)$$
$$V_2^2 = G.M_{Lua}/R \rightarrow [(2\pi/T_2)R]^2 = G.M_{Lua}/R \ (3)$$

Dividindo-se (2) por (3) $\rightarrow (T_2/T_1)^2 = 80$ donde se conclui que $\mathbf{T_2 \cong 9T_1}$.

Questão 15

Preliminares

À distância R do centro da Terra a nave em órbita circular ,tem velocidade v de modo que : Forca Gravitação = Força Centrípeta. Então:

$GMm/R^2 = mv^2/R \rightarrow mv^2 = GMm/R$ ou $1/2mv^2 = (1/2)[GMm/R]$ (1)

a) A energia mecânica total da nave

$(EM)_{total} = \text{Ecinet} + \text{Epoten.} = (1/2)mv^2 + (-GMm/R)$

onde:

- ❖ m = massa da nave = $10x10^3$ kg;
- ❖ M = massa da Terra = 6×10^{24} kg; ;
- ❖ R = distancia da nave ao centro da Terra = 6.400 km + 2.600 km = 9.000 km = 9×10^6 m;
- ❖ G = const.universal da Gravitação = $6{,}67 \times 10^{-11}$ $N.m^2/kg^2$.

De (1), nas considerações preliminares, tem-se que

$$1/2mv^2 = (1/2)[GMm/R]$$

logo, $EM_{total} = (1/2)GMm/R - GMm/r = -1/2GMm/R$. Substituindo-se os dados correspondente tem-se

$EM = -(1/2)[\ 6{,}67 \times 10^{-11}\ N.m^2/kg^2 x\ 6 \times 10^{24}\ kg \times 10x10^3\ kg]/9 \times 10^6\ m$

$$\mathbf{EM \cong -2{,}2 \times 10^{11}\ joules.}$$

b) Velocidade mínima de lançamento da nave.

A velocidade mínima, também denominada de velocidade de escape, v_{min} ,deve ser tal que “a energia cinética compense a energia potencial gravitacional que é negativa”, isto é, de modo que a soma da “energia cinética + energia potencial”resulte nula. Em outras palavras, a nave liberta-se do campo gravitacional terrestre.

Então: $(1/2)m(v_{min})^2 - GMm/R = 0 \rightarrow v_{min} = (2GM/R)^{1/2}$. Portanto, substituindo-se os valores:

$V_{min} = (2 \times 6{,}67 \times 10^{-11}\ N.m^2/kg^2 \times 6 \times 10^{24}\ kg)/9 \times 10^6\ m \cong 9{,}4 \times 10^3\ m/s$

$$\mathbf{V_{min} \cong 9{,}4 \times 10^3\ m/s}$$

Questão 16

a) Durante quanto tempo é possível manter acesa uma lâmpada de 40 W ?

Q = 6500 kcal. = 6500 x 4,18 kJ

Se toda esta energia pudesse ser transformada em energia elétrica, uma lâmpada de Pot = 40 W poderia ser alimentada por um intervalo de tempo Δt, conforme segue:

$(Pot).\ \Delta t = Q \rightarrow \Delta t = Q/Pot = 6500 \times 4{,}18\ kJ/40\ J/s$

$$\mathbf{\Delta t = 679.250\ s \cong 11320{,}8\ min \cong 188{,}68\ horas}$$

b) Qual a quantidade de gelo derretida

$mL = Q \rightarrow m = Q/L = 6500\ kcal/80\ kcal/kg = 81{,}25\ kg.$

$$\mathbf{m = 81{,}25\ kg}$$